

5.1 Bài tập về dãy số

BÀI TẬP

- (a) Dãy là gì?
(b) Ý nghĩa của công thức $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$ là gì?
(c) Ý nghĩa của công thức $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ là gì?
- (a) Dãy như thế nào được gọi là hội tụ? Cho hai ví dụ.
(b) Dãy như thế nào được gọi là phân kỳ? Cho hai ví dụ.
- Liệt kê một vài phần tử đầu tiên của dãy được xác định bởi:

$$a_n = \frac{n}{2n+1}$$

Dãy đã cho có giới hạn hay không? Nếu có hãy tìm giới hạn.

- Liệt kê mười phần tử đầu của dãy $\left\{ \cos \frac{n\pi}{3} \right\}$. Dãy đã cho có tồn tại giới hạn hay không? Nếu có hãy tìm giới hạn. Nếu không hãy giải thích tại sao.

5-8. Tìm một công thức đối với số hạng tổng quát a_n của dãy, giả sử mẫu các phần tử đầu tiên liên tục.

$$5. \left\{ 1; -\frac{2}{3}; \frac{4}{9}; -\frac{8}{27}; \dots \right\}, 6. \left\{ -\frac{1}{4}; \frac{2}{9}; -\frac{3}{16}; \frac{4}{25}; \dots \right\}$$

$$7. \{2; 7; 12; 17; \dots\}, 8. \{5; 1; 5; 1; 5; 1; 5; 1; \dots\}$$

9-32. Xác định các dãy dưới đây hội tụ hay phân kỳ, nếu hội tụ hãy tìm giới hạn.

$$9. a_n = \frac{3+n^2}{n+n^2};$$

$$10. a_n = \frac{n+1}{3n-1};$$

$$11. a_n = 2^n 3^{n+1}$$

$$12. a_n = \frac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}$$

$$13. a_n = \frac{(n+2)!}{n!}$$

$$14. a_n = \frac{n}{1+\sqrt{n}}$$

$$15. \{\cos n\pi\};$$

$$16. a_n = \frac{(-1)^n n^3}{n^3 + 2n^2 + 1};$$

$$17. \left\{ \frac{e^n + e^{-n}}{e^{2n} - 1} \right\}$$

$$18. a_n = \cos \frac{2}{n};$$

$$19. a_n = n2^{-n};$$

$$20. a_n = \{\arctan 2n\}$$

$$21. a_n = \frac{\cos^2 n}{2^n};$$

$$22. a_n = \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2 + 1};$$

$$23. a_n = \frac{n \cos n}{n}$$

$$24. a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n;$$

$$25. a_n = \frac{\ln^2 n}{n};$$

$$26. a_n = (-1)^n \frac{n+1}{n}$$

$$27. a_n = \frac{(-1)^n}{n!};$$

$$28. a_n = 2 + \left(-\frac{2}{\pi}\right)^n;$$

$$29. \left\{ \frac{\sin n}{\sqrt{n}} \right\}$$

$$30. \left\{ \arctan \left(\frac{2n}{2n+1} \right) \right\}; 31. \{0; 1; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 1; \dots\}; 32. a_n = \ln(2n^2 + 1) - \ln(n^2 + 1)$$

33. Nếu 1000USD dùng để mua 6% cổ phần tiền động, toán hàng năm, khi đó đến

năm thứ n tổng số tiền đầu tư có được là $a_n = 1000(1.06)^n$ USD.

(a) Tìm năm phần tử đầu tiên của dãy $\{a_n\}$.

(b) Dãy đã cho hội tụ hay phân kỳ? Giải thích.

34. (a) Xác định xem dãy được xác định như sau là hội tụ hay phân kỳ

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 4 - a_n, \forall n \geq 1$$

(b) Điều gì xảy ra nếu phần tử đầu tiên $a_1 = 2$.

35. (a) Fibonacci đặt ra bài toán sau: Giả sử thỏ sống vĩnh viễn và cứ mỗi tháng mỗi cặp thỏ sinh được một cặp mới, sau hai tháng cặp thỏ này có khả năng sinh con. Nếu chúng ta bắt đầu với một cặp thỏ mới sinh, hỏi số thỏ có được đến tháng thứ n ? Chỉ ra rằng kết quả là f_n , với f_n là dãy Fibonacci được xác định trong ví dụ 3 (c).

(b) Đặt $a_n = \frac{f_{n+1}}{f_n}$ và chỉ ra rằng $a_{n-1} = 1 + \frac{1}{a_{n-2}}$. Giả sử rằng $\{a_n\}$ hội tụ, hãy tìm giới hạn của nó.

36. Tìm giới hạn của dãy:

$$\left\{ \sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots \right\}$$

37-40. Xác định dãy đã cho là tăng, giảm hay không đơn điệu. Dãy có bị chặn hay không?

$$37. a_n = \frac{1}{2n+3}; \quad 38. a_n = \frac{2n-3}{3n+4}; \quad 39. a_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right); \quad 40. a_n = \frac{1}{n}$$

41. Giả thiết bạn biết $\{a_n\}$ là một dãy tăng và các phần tử nằm giữa hai số 5 và 8. Giải thích tại sao dãy có giới hạn. Bạn có thể nói gì về giá trị của giới hạn.

42. Dãy $\{a_n\}$ xác định bởi $a_1 = \sqrt{2}, a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$.

(a) Bằng phương pháp quy nạp hoặc một cách nào đó chỉ ra rằng $\{a_n\}$ là một dãy tăng và bị chặn trên bởi 3. Áp dụng định lý đơn điệu bị chặn để chỉ ra $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ tồn tại.

(b) Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

43. Chỉ ra rằng dãy:

$$a_1 = 1; a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n}$$

Tăng và $a_n < 3$ với mọi n . Suy ra dãy $\{a_n\}$ hội tụ và tìm giới hạn của nó.

44. Chỉ ra rằng dãy:

$$a_1 = 2; a_{n+1} = \frac{1}{3 - a_n}$$

thỏa mãn $0 < a_n \leq 2$ và là dãy giảm. Suy ra dãy đã cho hội tụ và tìm giới hạn của nó.

45. (a) Cho $a_1 = a, a_2 = f(a_1), a_3 = f(a_2), \dots, a_{n+1} = f(a_n)$ với f là một hàm liên tục. Chỉ ra rằng nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ thì $f(L) = L$.

(b) Minh họa (a) bằng cách lấy $f(x) = \cos x, a_1 = 1$ và ước lượng giá trị của L với năm chữ số thập phân.

46. Số lượng của một cư dân cá không bị quấy rầy có thể được mô hình hóa bởi công thức:

$$p_{n+1} = \frac{bp_n}{a + p_n}$$

với p_n là số lượng cá sau n năm và a, b là các hằng số dương, nó phụ thuộc vào loài và điều kiện sống. Giả sử rằng số lượng cá trong năm 0 là $p_0 > 0$.

(a) Chỉ ra rằng nếu $\{p_n\}$ hội tụ thì giá trị tới hạn chỉ có thể là 0 và $b - a$.

(b) Chỉ ra rằng $p_{n+1} < \left(\frac{b}{a}\right)p_n$.

(c) Sử dụng phần (a) chỉ ra rằng nếu $a > b$, thì $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = 0$, nói cách khác là cá chết dần.

(d) Bây giờ giả sử rằng $a < b$. Chỉ ra rằng nếu $p_0 < b - a$ thì $\{p_n\}$ tăng và $0 < p_n < b - a$. Đồng thời chỉ ra rằng nếu $p_0 > b - a$ thì $\{p_n\}$ là dãy giảm và $p_n > b - a$. Kết luận rằng, nếu $a < b$ thì $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = b - a$.

47. Một dãy được xác định truy hồi bởi công thức:

$$a_1 = 1; a_{n+1} = 1 + \frac{1}{1 + a_n}$$

Tìm 8 phần tử đầu của dãy $\{a_n\}$. Bạn chú ý điều gì về các phần tử lẻ và các phần tử chẵn? Bằng cách xét riêng biệt các phần tử lẻ và phần tử chẵn chỉ ra rằng $\{a_n\}$ hội tụ và suy ra:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sqrt{2}$$

điều này cho chúng ta một khai triển phân số liên tục

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}$$

5.2 Bài tập về chuỗi số

BÀI TẬP

1. (a) Sự khác nhau giữa một dãy và một chuỗi?

(b) Chuỗi như thế nào được gọi là hội tụ? Như thế nào được gọi là phân kỳ?

2. Giải thích ý nghĩa của việc phát biểu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$.

3-8. Nếu chuỗi hội tụ hãy tính tổng. Nếu chuỗi phân kỳ hãy giải thích.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{(-5)^n}$; 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$; 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \tan n$; 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^{1.5}} - \frac{1}{(n+1)^{1.5}} \right)$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} (0.6)^{n-1}$; 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$

9. Cho $a_n = \frac{2n}{3n+1}$.

(a) Xác định dãy $\{a_n\}$ hội tụ hay không? (b) Xác định $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ hội tụ hay không?

10. (a) Giải thích sự giống nhau giữa $\sum_{i=1}^n a_i$ và $\sum_{j=1}^n a_j$.

(b) Giải thích sự khác nhau giữa $\sum_{i=1}^n a_i$ và $\sum_{j=1}^n a_j$.

11-16. Xác định chuỗi cấp số nhân sau hội tụ hay phân kỳ. Nếu hội tụ hãy tìm

tổng của chuỗi.

$$11. 5 - \frac{10}{3} + \frac{20}{9} - \frac{40}{27} + \dots; \quad 12. \sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}; \quad 13. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n}{3^{n+1}}$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-6)^{n-1}}{5^{n-1}}; \quad 15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{2n}}; \quad 16. 1 + 0,4 + 0,16 + 0,064 + \dots$$

17-25. Xác định chuỗi đã cho hội tụ hay phân kỳ. Nếu hội tụ thì tìm tổng của nó.

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n-3}; \quad 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+5}; \quad 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n(n+1)}; \quad 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}; \quad 21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{2^n}$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{2}; \quad 23. \sum_{k=1}^{\infty} (\cos 1)^k; \quad 24. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctan} n; \quad 25. \sum_{n=1}^{\infty} [(0.8)^{n-1} - 0.3^n]$$

26-29. Xác định chuỗi đã cho hội tụ hay phân kỳ bằng cách biểu diễn s_n bằng các tổng lồng vào nhau (như trong Ví dụ 2.2.6). Nếu nó hội tụ, tìm tổng của nó.

$$26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}; \quad 27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+4n+3}; \quad 28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)}; \quad 29. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$$

30-33. Biểu diễn các số sau dưới dạng phân số.

$$30. 0.\overline{2} = 0.222222\dots; \quad 31. 3.\overline{417} = 3.417417\dots; \quad 32. 0.\overline{73} = 0.7373\dots; \quad 33. 6.\overline{254} = 6.254254\dots$$

34-36. Tìm giá trị của x để chuỗi hội tụ. Tìm tổng của chuỗi đối với các giá trị x vừa tìm được.

$$34. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}; \quad 35. \sum_{n=0}^{\infty} 2^n(x+1)^n; \quad 36. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos^n x}{2^n}$$

41. Nếu tổng riêng thứ n của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ là $s_n = \frac{n-1}{n+1}$. Tìm a_n và $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

42. Cho tổng riêng thứ n của một chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ là $s_n = 3 - n2^{-n}$. Tìm a_n và tổng

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n.$$

43. Tìm giá trị c nếu $\sum_{n=2}^{\infty} (1+c)^{-n} = 2$.

5.3 Bài tập về chuỗi số (tt)

BÀI TẬP

- Giả sử $\sum a_n$ và $\sum b_n$ là hai chuỗi số dương và $\sum b_n$ là chuỗi hội tụ.
 - Nếu $a_n > b_n$ với mọi n , bạn có thể nói gì về chuỗi $\sum a_n$? Tại sao?
 - Nếu $a_n < b_n$ với mọi n , bạn có thể nói gì về chuỗi $\sum a_n$? Tại sao?
- Giả sử $\sum a_n$ và $\sum b_n$ là hai chuỗi số dương và $\sum b_n$ là chuỗi phân kỳ.
 - Nếu $a_n > b_n$ với mọi n , bạn có thể nói gì về chuỗi $\sum a_n$? Tại sao?
 - Nếu $a_n < b_n$ với mọi n , bạn có thể nói gì về chuỗi $\sum a_n$? Tại sao?
- Việc phân biệt giữa các chuỗi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^b; \quad \sum_{n=1}^{\infty} b^n$$

là quan trọng. Chuỗi thứ nhất có tên là gì? Đối với chuỗi thứ hai? Với giá trị nào của b thì chuỗi thứ nhất hội tụ? Với giá trị nào của b thì chuỗi thứ hai hội tụ?

4-6. Sử dụng tiêu chuẩn tích phân xác định các chuỗi sau là hội tụ hay phân kỳ.

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$$

7-8. Sử dụng tiêu chuẩn so sánh xác định các chuỗi sau là hội tụ hay phân kỳ.

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 1}; \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - 1}$$

9-23. Xác định xem chuỗi hội tụ hay phân kỳ.

$$\begin{array}{lll}
 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{\sqrt[3]{n^7+n^2}}; & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{n^4} + \frac{4}{n\sqrt{n}} \right); & 11. \sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}; \\
 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1}; & 13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{3n^4+1}; \\
 15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2+1}; & 16a. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4+3^n}{2^n}; & 16b. 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \dots; \\
 17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n4^n}; & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}; & 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}; \\
 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}; & 21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n\sqrt{n}} & 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{10^n}; & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}
 \end{array}$$

24. Tìm giá trị của p để chuỗi sau hội tụ:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p n}$$

25. (a) Tìm tổng riêng s_{10} của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$. Ước lượng sai số khi sử dụng s_{10} như một xấp xỉ của chuỗi.

(b) Sử dụng (4) để cho một xấp xỉ tốt hơn của tổng.

(c) Tìm một giá trị n sao cho s_n nằm trong phạm vi 0,00001 của tổng.

26. (a) Sử dụng tổng của 10 phần tử đầu để ước lượng tổng của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$. Độ tốt của ước lượng này là bao nhiêu?

(b) Sử dụng (4) cải thiện ước lượng này với $n = 10$.

(c) Tìm một giá trị n sao cho sai số trong xấp xỉ $s \approx s_n$ nhỏ hơn 0,001.

27. Nghĩa của việc biểu diễn phân số thập phân của số $0, d_1 d_2 d_3 \dots$ (với d_i là một trong các số 0, 1, 2, 3, ..., 9) là

$$0, d_1 d_2 d_3 \dots = \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \frac{d_3}{10^3} + \dots$$

Chỉ ra rằng chuỗi này luôn hội tụ.

28. Tìm tất cả các giá trị dương của b để chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} b^{\ln n}$ hội tụ.

29. Nếu chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ hội tụ thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(a_n)$ có đúng là cũng hội tụ không?

5.4 Bài tập về chuỗi số (tt)

1. (a) Với các điều kiện gì thì một chuỗi luân phiên hội tụ?

(b) Nếu các điều kiện thỏa mãn, bạn có thể nói gì về phần dư sau n phân tử của chuỗi luân phiên?

2. Bạn có thể nói gì về chuỗi $\sum a_n$ trong các trường hợp sau:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 8; \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{n} \right| = 0.8; \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$$

3-8. Kiểm tra các chuỗi sau hội tụ hay phân kỳ.

$$3. \frac{4}{7} - \frac{4}{8} + \frac{4}{9} - \frac{4}{10} + \frac{4}{11} - \dots; \quad 4. -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} - \frac{3}{5} + \frac{4}{6} - \frac{5}{7} + \dots$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{1+2\sqrt{n}}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2n+1}; \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

9. Sử dụng tổng riêng thứ 50, s_{50} để xấp xỉ chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ và ước lượng sai số.

10. Tính tổng riêng thứ 10 của chuỗi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p}$$

Ước lượng sai số khi sử dụng tổng riêng thứ 10 để xấp xỉ tổng của chuỗi.

11. Với giá trị nào của p thì chuỗi sau hội tụ?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p}$$

12-14. Chỉ ra các chuỗi sau hội tụ. Chúng ta cần bao nhiêu phần tử cộng lại để nhận được tổng của chuỗi với độ chính xác được chỉ ra?

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4}; (|error| < 0,001); \quad 13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^6}; (|error| < 0,00005);$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \cdot e^{-n}; (|error| < 0,01)$$

15-16. Chứng minh chuỗi hội tụ và sử dụng Định lý thiết lập tổng chuỗi luân phiên để ước lượng tổng của chuỗi, chính xác đến bốn chữ số thập phân.

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)!}; \quad 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

17-18. Chứng minh chuỗi hội tụ và xấp xỉ tổng của chuỗi chính xác đến bốn chữ số thập phân.

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{10^n}; \quad 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n \cdot n!}$$

19-30. Xác định chuỗi có hội tụ tuyệt đối không?

$$\begin{array}{llll}
 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n^3}; & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}; & 21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-10)^n}{n!}; & 22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}; \\
 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}; & 24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n^4}; & 25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(n+1)4^{2n+1}}; & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 4n}{4^n}; \\
 27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n}{n^2}; & 28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 5^{n-1}}{(n+1)^2 4^{n+2}}
 \end{array}$$

$$29. 1 - \frac{1.3}{3!} + \frac{1.3.5}{5!} - \frac{1.3.5.7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1.3.5.7 \dots (2n-1)}{(2n-1)!} + \dots$$

$$30. \frac{2}{5} + \frac{2.6}{5.8} + \frac{2.6.10}{5.8.11} + \frac{2.6.10.14}{5.8.11.14} + \dots$$

31. Các phân tử của một chuỗi được xác định truy hồi bằng phương trình:

$$a_1 = 2; \quad a_{n+1} = \frac{5n+1}{4n+3} a_n$$

Xác định chuỗi $\sum a_n$ hội tụ hay phân kỳ.

32. Một chuỗi $\sum a_n$ được xác định bởi phương trình:

$$a_1 = 1; \quad a_{n+1} = \frac{2 + \cos n}{\sqrt{n}} a_n$$

Xác định chuỗi $\sum a_n$ hội tụ hay phân kỳ.