Trường Đại học Duy Tân Khoa: Khoa học Tự Nhiên Bộ môn: Toán	**ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN** Môn : Toán cao cấp C2 Khối lớp: K19 MTH 102 Học kỳ : II Năm học: 2013-2014 Thời gian làm bài: 90 phút	Đề số: **1**

Câu 1 (3.5đ)

1) Cho hai ma trận $A=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ và $B=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Hãy tính biểu thức: $(AB)^t - 3A + 4I$

2) Giải hệ phương trình sau theo a:

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ -3x + 2y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = a \end{cases}$$

Câu 2 (3đ)

1) (1đ) Hỏi họ các đa thức sau độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính trong $P_2[x]$?

$$S = \left\{ q_1 = 2 - x + x^2, q_2 = 3 - x, q_3 = 1 - x - 3x^2 \right\}$$

2) (2đ) Trong không gian vectơ R^2 cho hai cơ sở sau:

$$B = \{u_1 = (-2,3), u_2 = (5,-8)\}$$

$$C = \{v_1 = (-4,1), v_2 = (2,3)\}$$

a) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ cở sở *B* sang *C*.

b) Cho $[x]_C = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, hãy tìm $[x]_B$ và vectơ $x \in R^2$.

Câu 3 (3.5đ)

1) Xét sự hội tụ của chuỗi số : $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)!}{5^{n+1}}$

2) Tìm bán kính hội tụ và miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2+1}$$

(Đề thi không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Tổ trưởng Bộ môn **Giảng viên ra đề**

ThS. Phan Quý **ThS. Nguyễn Thị Lệ Nhung**

Trường Đại học Duy Tân Khoa: KHTN Bộ môn: Toán	**ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN** Môn: Toán Cao Cấp C2. Khối lớp: K19 MTH 102 Học kỳ :II Năm học 2013-2014 Thời gian làm bài: 90 phút	Đề số: **1**

Câu 1: Điểm

1) (2đ) Ta có

Biểu thức cần tìm là

$$(AB)^t - 3A + 4I = \begin{bmatrix} 19 & -19 & 19 \\ 1 & 5 & 4 \\ 9 & -3 & 12 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ 1.5

$$= \begin{bmatrix} 26 & -25 & 10 \\ -8 & 21 & 1 \\ 9 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$ 0.5

2) (1.5đ) Ta có ma trận hệ số bổ sung

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 3 \\ -3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 & a \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -5 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & a-6 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & a-6 \\ 0 & 0 & -5 & -5a+40 \end{array}\right)$$ 1

Ta có hệ tương đương 0.5

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y = a - 6 \\ -5z = -5a + 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a - 7 \\ y = a - 6 \\ z = a - 8 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là: (a-7, a-6, a-8)

Tổng điểm câu 1: 3.5

Câu 2: Điểm

1)(1.0đ) Xét điều kiện: $\alpha_1 q_1 + \alpha_2 q_2 + \alpha_2 q_3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ -\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 - 3\alpha_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \end{cases}$$ 1.0

Vậy họ các đa thức trên độc lập tuyến tính.

2)(2đ) a)

Biểu diễn tuyến tính các vectơ của C qua cơ sở B ta được:

$$v_1 = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \Leftrightarrow \begin{cases} -2\alpha_1 + 5\alpha_2 = -4 \\ 3\alpha_1 - 8\alpha_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 27 \\ \alpha_2 = 10 \end{cases}$$ 0.5

$$v_2 = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \Leftrightarrow \begin{cases} -2\alpha_1 + 5\alpha_2 = 2 \\ 3\alpha_1 - 8\alpha_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -31 \\ \alpha_2 = -12 \end{cases}$$ 0.5

Vậy ma trận chuyển cơ sở từ B sang C là

$$P_{B\to C} = \begin{bmatrix} 27 & -31 \\ 10 & -12 \end{bmatrix}$$

b) Ta có $[x]_C = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Suy ra: $x = -2v_1 + v_2 = -2(-4,1) + (2,3) = (10,1)$ 0.5

$$[x]_B = P_{B\to C}[x]_C = \begin{bmatrix} 27 & -31 \\ 10 & -12 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -85 \\ -32 \end{bmatrix}$$ 0.5

Tổng điểm câu 2: 3.0

Câu 3:(3.5 đ) Điểm

1) (1.5 đ) Xét chuỗi giá trị tuyệt đối $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n| = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{5^{n+1}}$

Áp dụng tiêu chuẩn Đalăмbe ta có: 1.5

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{(n+2)!}{5^{n+2}}\frac{5^{n+1}}{(n+1)!}\right] = \lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)}{5} = \infty > 1$$

Vậy chuỗi số giá trị tuyệt đối phân kỳ. Suy ra chuỗi đã cho cũng phân kỳ

2) (2đ) Ta có $c_n = \frac{1}{n^2+1}$

$$\lim_{n\to\infty_n}\left|\frac{c_{n+1}}{c_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{n^2+1}{(n+1)^2+1}\right| = 1$$ 0.5

- Bán kính hội tụ R= 1 . Khoảng hội tụ $|x-3|<1 \Leftrightarrow 2<x<4$. 0.5
- Với $x=2$ ta được chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+1}$ chuỗi này hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz. 0.5

  Với $x=4$ ta được chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+1}$ chuỗi này hội tụ vì tương đương với p- 0.5

  chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ có p =2 >1 nên hội tụ.
- Vậy miền hội tụ của chuỗi là $D=[2,4]$.

Tổng điểm câu 3: 3.5

Tổ trưởng Bộ môn **Giảng viên ra đề**

ThS. Phan Quý **ThS. Nguyễn Thị Lệ Nhung**