

BÀI TẬP TOÁN C2

Chương 1. Ma trận, Định Thức, Hệ PTTT

1. Tính định thức $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Tìm X biết

a. $AX = 11B^T - 3A$

b. $(4B^{-1} + 2A)X = E^T$, trong đó $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

c. Cho $F = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, Tìm X biết $(F - 2I_2)X = 3E$

3. Biện luận theo a hạng của ma trận $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & a \\ -1 & 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

4. Giải Hệ PTTT

a. Giải và biện luận theo a hệ pttt sau
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x + 3y + az = -2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x + 2y - 3z + t = -3 \\ 2x + y - z + t = 1 \\ 3x + 3y - 2z + t = -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
\text{c. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 7 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 14 \end{cases} \\
\text{d. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 13 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -6 \end{cases}
\end{array}$$

Chương 2. Không gian Vector

1. Trong \mathbb{R}^2 cho $X = \{x_1 = (1,1); x_2 = (2,1)\}$ và $Y = \{y_1 = (1,-1); y_2 = (3,1)\}$

a. Chứng minh X, Y là cơ sở của \mathbb{R}^2

b. Cho $x = (3,4)$, Tìm x_X ?

c. Tìm ma trận chuyển cơ sở từ X sang Y và sử dụng nó tìm x_Y ?

2. Trong \mathbb{R}^3 cho $X = \{x_1 = (1,1,1); x_2 = (2,1,-1); x_3 = (3,2,-1)\}$ và

$$\varepsilon = \{e_1 = (1,0,0); e_2 = (0,1,0); e_3 = (0,0,1)\}$$

a. Chứng minh X là cơ sở của \mathbb{R}^3 .

b. Tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở chính tắc sang X và sử dụng nó tìm x ? biết $x_X = (6,4,-1)$

3. Trong $M_2(\mathbb{R})$ cho các hệ sau

$$\text{a. } H = \left\{ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\text{b. } L = \left\{ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\text{c. } M = \left\{ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\text{d. } M = \left\{ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \right\}$$

Hệ nào ĐLTT, Hệ nào là cơ sở trong $M_2(\mathbb{R})$?

4. Trong \mathbb{R}^3 cho $X = \{x_1 = (1,1,1); x_2 = (2,1,-1); x_3 = (3,2,m)\}$
- Tìm m để hệ ĐLTT?
 - Với $m=0$, X có phải là cơ sở trong \mathbb{R}^3 không? Cho $x = (3,2,1)$ tìm x_X ?
5. Cho $P_2[x] = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ là không gian vector.
- Hệ $H = \{x^2, x, 1\}$ có phải là cơ sở của $P_2[x]$ không? Tìm $\dim(P_2[x])$?
 - Tìm tọa độ của $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ đối với cơ sở H ?
 - Cho $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, Tính $f(G)$?