

**BÀI TẬP ÔN TẬP TOÁN C**

1. Những cải tiến trong công nghệ đã làm cho việc sản xuất máy tính trở nên nhanh và gọn, hiện tại giá bán máy tính trên thị trường đang giảm. Giả sử sau  $x$  tháng, giá bán của một máy tính sẽ là  $P(x) = 40 + \frac{30}{x+1}$  USD.
  - (a) Sau 5 tháng giá là bao nhiêu ?
  - (b) Trong tháng thứ 5 giá sẽ giảm bao nhiêu ?
  - (c) Khi nào giá đạt 43 USD ?
2. Vào đầu tháng, hồ nước của địa phương đã đạt đến mực nước không đổi. Vào ngày thứ 12 của tháng hồ chứa 200 triệu gallon nước, và vào ngày thứ 21 nó chỉ chứa 164 triệu gallon.
  - (a) Biểu diễn lượng nước trong hồ bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
  - (b) Vào ngày thứ 8 của tháng lượng nước trong hồ là bao nhiêu ?
3. Từ lúc đầu năm, giá của sản phẩm A đang tăng với tốc độ không đổi là 5đvt/đvsp/tháng. Vào đầu tháng sáu, giá sản phẩm A lag 120 đvt/đvsp.
  - (a) Biểu diễn giá của sản phẩm A bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
  - (b) Giá sản phẩm A lúc đầu năm là bao nhiêu ?
  - (c) Giá sản phẩm A vào đầu tháng 10 là bao nhiêu ?
4. Một người sở hữu một vật cổ có giá trị hiện tại là 50 triệu đồng. Biết giá trị của vật cổ tăng với tốc độ không đổi và sau 5 năm nó có giá trị 80 triệu đồng.
  - a) Hãy biểu diễn giá trị của vật cổ theo thời gian và vẽ đồ thị?
  - b) Hỏi giá trị của vật cổ sẽ là bao nhiêu sau 10 năm?
5. Một viện bảo tàng quy định cách tính lệ phí cho từng nhóm vào viện như sau: Nhóm không qua 5 người thì tính với lệ phí cố định là 100 nghìn đồng. Nhóm giữa 5 và 20 người thì lệ phí là 15 nghìn đồng/người và nhóm từ 20 trở lên thì lệ phí được tính giảm hơn là 12 nghìn đồng/ người.
  - (a) Hãy lập hàm doanh thu cho viện bảo tàng theo số người trong nhóm.
  - (b) Giả sử nhóm có 19 người thì họ sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền nếu nhóm đó có thêm một thành viên nữa.
6. Tổng chi phí của một nhà sản xuất là  $C(q) = 0.1q^3 - 0.5q^2 + 500q + 200$  đô la, trong đó  $q$  là số đơn vị sản phẩm được sản xuất.
  - (a) Dùng phân tích cận biên hãy ước tính chi phí sản xuất của đơn vị sản phẩm thứ 4.
  - (b) Hãy tính chi phí sản xuất thực tế của đơn vị sản phẩm thứ 4.
7. Sau  $x$  tuần tính từ bây giờ, số người dùng hệ thống chuyên chở cộng đồng mới tăng nhanh được xấp xỉ bằng  $N(x) = 6x^3 + 500x + 8.000$ .
  - (a) Tính tốc độ thay đổi số người sử dụng hệ thống theo thời gian sau 8 tuần.
  - (b) Số người sử dụng hệ thống sẽ thay đổi bao nhiêu trong tuần thứ 8 ?
8. Một dự án nhận định rằng sau  $t$  năm tính từ bây giờ, dân số của một thành phố nào đó sẽ là  $P(t) = 3t + 5t^{3/2} + 6000$  người. Tính sự thay đổi phần trăm dân số trong tháng 1 năm thứ 5?
9. Dân số của một thành phố nào đó sau  $t$  năm tính từ năm 2005 là  $p(t) = t^2 + 2t + 50$  nghìn người. Tính tốc độ thay đổi phần trăm dân số của quốc gia đó vào năm 2015?

10. Tại một nhà máy nào đó, đầu ra hằng ngày là  $Q(L) = 20,000L^{1/2}$  đơn vị, trong đó  $L$  là lượng lao động tính bằng số giờ làm việc. Hiện tại nhà máy có 900 giờ làm việc của lao động được sử dụng mỗi ngày. Dùng các phép tính để ước tính sự thay đổi trong đầu ra nếu lao động buộc phải cắt giảm chỉ còn 885 giờ làm việc.
11. Tổng sản phẩm nội địa GDP của một quốc gia nào đó là  $N(t) = t^2 + 6t + 300$  tỉ đôla sau  $t$  năm tính từ năm 2010. Dùng các phép tính để dự đoán sự tăng trưởng phần trăm trong GDP trong quý một của năm 2015.
12. Đầu ra tại một nhà máy nào đó là  $Q(L) = 600L^{2/3}$  đơn vị, trong đó  $L$  là lượng lao động. Hiện tại số giờ lao động là 1000 giờ. Nhà sản xuất muốn tăng đầu ra 25 đvsp. Dùng các phép tính để ước tính cần tăng số giờ lên bao nhiêu?
13. Một nhà đầu tư bất động sản ước tính rằng nếu xây 70 căn hộ trên cùng một diện tích đất, thì lợi nhuận trung bình sẽ là 44 000 đôla/căn hộ. Họ ước tính rằng cứ mỗi căn hộ được xây thêm trên cùng diện tích đó, thì lợi nhuận trung bình sẽ giảm 400 đôla/căn hộ. Hỏi nhà đầu tư nên xây dựng bao nhiêu căn hộ để tổng lợi nhuận lớn nhất?
14. Một người trồng cây ăn quả ước tính rằng nếu trồng 50 cây trên một mảnh vườn, thì sản lượng trung bình trên mỗi cây sẽ là 300 quả. Ông ước tính rằng cứ trồng thêm một cây trên cùng mảnh đất đó, thì sản lượng trung bình sẽ giảm 5 quả/cây. Hỏi người đó nên trồng bao nhiêu cây để tổng sản lượng lớn nhất?
15. Một cửa hàng bán các đĩa game với giá 40\$ mỗi đĩa, và tại giá bán này, những người chơi mua 50 đĩa trên tháng. Người chủ cửa hàng dự định tăng giá và ước tính rằng cứ giá tăng lên 1\$, thì sẽ bán ít hơn 2 đĩa mỗi tháng. Nếu mỗi đĩa chi phí 25\$ thì cửa hàng nên bán với giá nào để lợi nhuận lớn nhất?
16. Giả sử 1000\$ được đầu tư hằng năm với lãi suất 7%. Tính số dư sau 10 năm nếu tiền lãi được thanh toán :
- (a) Kỳ hạn 2 tháng                      (b) Kỳ hạn 4 tháng                      (c) Liên tục.
17. Ban quản lý tại một ngân hàng nào đó được ra chiến lược kinh doanh nhằm thu hút khách hàng như sau: Tiền của khách hàng gửi vào ngân hàng sau 8 năm thì sẽ tăng lên gấp đôi. Giả sử bạn là nhân viên của ngân hàng đó thì bạn phải đề xuất mức lãi suất mà ngân hàng phải đưa ra là bao nhiêu ? Biết rằng lãi suất hằng năm không đổi và lãi được tính theo hằng quý.
18. Bạn nên đầu tư ngay từ bây giờ là bao nhiêu để sau 10 năm bạn nhận được 20 triệu USD để thành lập công ty, nếu lãi suất hằng năm là 7% và được tính hàng tháng ?
19. Một người dự định mở một công ty với kinh phí 30 nghìn đô la sau 4 năm nữa. Hỏi người đó nên đầu tư bao nhiêu tiền ngay từ bây giờ để đủ tiền thành lập công ty, nếu lãi suất hàng năm là 6.5% và tiền lãi được tính:
- a) Kỳ hạn 4 tháng                      b) Liên tục.
20. Người ta dự đoán rằng  $x$  tuần tính từ bây giờ, số người đi lại bằng xe điện ngầm mới sẽ tăng với tốc độ  $18x^2 + 500$  trên tuần. Hiện tại, 8000 người dùng xe điện ngầm. Số người dùng xe điện ngầm sẽ là bao nhiêu sau 5 tuần ?
21. Một cây được trồng và sau  $x$  năm nó tăng trưởng với tốc độ  $h'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{(x+1)^2}$  mét trên năm. Cây sẽ tăng trưởng bao nhiêu trong năm thứ hai ?

22. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau  $x$  tháng tính từ bây giờ, dân số của một thành phố nào đó sẽ tăng với tốc độ  $10 + 2\sqrt{2x+1}$  người trên tháng. Dân số của thành phố sẽ tăng bao nhiêu trong 4 tháng tới ?
23. Người ta dự đoán rằng sau  $t$  ngày tính từ bây giờ vụ thu hoạch của người nông dân sẽ tăng với tốc độ  $0.5t^2 + 4(t+1)^{-1}$  giạ trên ngày. Giá trị của vụ thu hoạch sẽ tăng bao nhiêu trong 6 ngày tới nếu giá trên thị trường vẫn không đổi là 2\$ trên giạ ?
24. Số liệu thống kê được sưu tập bởi cán bộ địa phương về sự hiệu chỉnh chỉ ra rằng sau  $x$  năm tính từ bây giờ số tù nhân trong nhà tù tỉnh sẽ tăng với tốc độ  $280e^{0.2x}$  người/năm. Hiện tại có 2 000 tù nhân ở trong nhà tù của tỉnh. Sau 10 năm tù nhân trong tỉnh là bao nhiêu ?
25. Qua điều tra các nhà phân tích kinh tế đã nhận định rằng tốc độ tăng trưởng kinh tế (GDP) của một quốc gia nào đó sau  $t$  năm tính từ năm 2010 sẽ là:  $30 + \frac{1}{2}(t+1)^2$  tỷ USD/năm. Hãy dự đoán GDP của quốc gia đó tăng bao nhiêu từ năm 2012 đến năm 2015?
26. Qua khảo sát các nhà kinh tế đã nhận định rằng sau  $t$  tháng tính từ bây giờ, tốc độ tăng giá dầu trên thế giới là:  $\frac{1}{2}(t+1)\sqrt{t+2}$  USD/ thùng. Hỏi giá dầu trên thế giới sẽ tăng bao nhiêu trong 7 tháng đầu?
27. **Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân sau.**
- a)  $\frac{dy}{dx} = (x+1)e^{-x+2y}$       b)  $\frac{dy}{dx} = (x-1)\sqrt[3]{x+1} \cdot (2y+1)$
28. **Tìm nghiệm riêng của phương trình vi phân thỏa mãn điều kiện đã cho.**
- $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+1}{y}$  ;  $y = 3$  khi  $x = 1$ .
  - $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{\sqrt{1-x^2}}$  ;  $y = 2$  khi  $x = 0$ .
  - $\frac{dy}{dx} = 4x^3y^2$  ;  $y = 2$  khi  $x = 1$ .
  - $\frac{dy}{dx} = y^2\sqrt{4-x}$  ;  $y = 2$  khi  $x = 4$ .
  - $\frac{dy}{dx} = xe^{y-x^2}$  ;  $y = 0$  khi  $x = 1$ .
29. Một xí nghiệp chuyên sản xuất 2 loại sản phẩm P1 và P2 với khối lượng tương ứng là  $x$  và  $y$  đơn vị sản phẩm trong ngày. Giả sử giá bán sản phẩm P1 là  $p(x) = 120 - 2x$  đôla/đơn vị và sản phẩm P2 là  $q(y) = 180 - y$  đôla/đơn vị. Biết tổng chi phí sản xuất các sản phẩm này là  $C(x) = x^2 + 4xy + y^2$  đôla. Hỏi xí nghiệp nên sản xuất các sản phẩm trên với khối lượng bao nhiêu để tổng lợi nhuận hàng ngày lớn nhất?
30. Một quầy tạp hoá ở một huyện nông thôn nhỏ bán hai sản phẩm S1 và S2, loại thứ nhất được mua với giá 30 cents trên đơn vị và loại thứ hai được mua với giá 40 cents/đơn vị. Người chủ tạp hoá ước tính rằng nếu loại thứ nhất được bán với giá  $x$

cents trên đơn vị và loại thứ hai được bán với giá  $y$  cents trên đơn vị, thì mỗi ngày sẽ bán được xấp xỉ  $70 - 5x + 4y$  loại thứ nhất và  $80 + 6x - 7y$  đơn vị loại thứ hai. Hỏi chủ tạp hoá nên bán hai loại sản phẩm trên với giá bao nhiêu để lợi nhuận hàng ngày lớn nhất từ việc bán mỗi loại sản phẩm?

31. Một nhà sản xuất độc quyền sản xuất một sản phẩm A và có kế hoạch bán cho các công ty trong và ngoài nước. Họ ước tính rằng nếu cung cấp  $x$  đvsp trên thị trường nội địa và  $y$  đvsp trên thị trường quốc tế thì sản phẩm này sẽ được bán với giá  $80 - \frac{x}{4} + \frac{y}{8}$  đvtt/đvsp ở thị trường nội địa và  $50 - \frac{y}{4} + \frac{x}{8}$  đvtt/đvsp ở thị trường quốc tế. Biết chi phí sản xuất sản phẩm A là 10 đvtt/đvsp. Hỏi nhà sản xuất nên cung cấp bao nhiêu đơn vị sản phẩm tại mỗi thị trường để tổng lợi nhuận lớn nhất.
32. Một khách hàng dùng 560 đô để mua hai loại mặt hàng, biết rằng mặt hàng thứ nhất có giá là 4 đô/ đơn vị và mặt hàng thứ hai có giá là 10 đô/ đơn vị. Giả sử rằng khi người đó mua  $x$  đơn vị mặt hàng thứ nhất và  $y$  đơn vị mặt hàng thứ hai thì hàm hữu dụng sẽ là  $f(x, y) = 1600x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$ . Vậy khách hàng đó nên mua lần lượt mua bao nhiêu đơn vị mặt hàng thứ nhất và mặt hàng thứ hai để hàm hữu dụng đạt giá trị lớn nhất?
33. Một nhà sản xuất sử dụng 90 000 đôla đầu tư vào lao động và trang thiết bị. Ông ước tính rằng nếu sử dụng  $x$  nghìn đôla vào lao động và  $y$  nghìn đôla vào trang thiết bị thì đầu ra hàng tuần là  $Q(x, y) = 120x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$  đơn vị. Hỏi nhà sản xuất nên phân chia số tiền như thế nào để đầu ra hàng tuần lớn nhất?