

# LỰC MA SÁT NHỚT TÁC DỤNG LÊN VẬT CHUYỂN ĐỘNG TRONG CHẤT LỎNG

Trong bài viết ngắn này, tôi muốn trình bày về bài toán chuyển động rơi của một vật có dạng hình cầu trong chất lỏng, mục tiêu là tìm ra được biểu thức của vận tốc, gia tốc của vật như là một hàm số của thời gian.

Xét một viên bi hình cầu đồng chất có bán kính  $r$ , khối lượng riêng là  $\rho$  thả rơi vào trong chất lỏng có khối lượng riêng là  $\rho_0$ , hệ số nhớt là  $\eta$ . Khi ở trong chất lỏng viên bi chịu tác dụng của trọng lực  $\vec{P}$ , lực đẩy Archimede  $\vec{F}_A$  và lực ma sát nhớt  $\vec{F}_{msn}$ . Lực ma sát nhớt luôn ngược chiều chuyển động của vật và trong trường hợp vật có tốc độ không lớn thì giá trị của lực ma sát nhớt được cho bởi công thức Stokes

$$F_{msn} = 6\pi\eta v \quad (1.7)$$

trong đó  $v$  là tốc độ của vật. Gọi  $m$  là khối lượng của viên bi thì áp dụng định luật 2 Newton ta có

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_{msn} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.8)$$

Chọn chiều dương chuyển động hướng xuống (cùng chiều với trọng lực), chiếu phương trình (1.8) lên trục tọa độ đã chọn ta được

$$P - F_A - F_{msn} = m\frac{dv}{dt} \quad (1.9)$$

trong đó trọng lực được cho bởi

$$P = mg = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 g \quad (1.10)$$

và lực đẩy Archimede

$$F_A = \rho_0\frac{4}{3}\pi r^3 g \quad (1.11)$$

Thay (1.7), (1.10) và (1.11) vào phương trình (1.9) ta được một phương trình vi phân có dạng

$$\frac{dv}{dt} + \frac{2}{9}\frac{\eta}{\rho r^2}v - \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho}\right)g = 0 \quad (1.12)$$

Nghiệm của phương trình (1.12) có dạng

$$v = v(t) = \frac{2(\rho - \rho_0)r^2}{9\eta} + Ce^{-\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho r^2}t} \quad (1.13)$$

trong đó  $C$  là một hằng số tùy ý. Để xác định  $C$  có thể sử dụng điều kiện đầu như sau: Chọn thời điểm  $t = 0$  là lúc viên bi bắt đầu rơi trong chất lỏng từ trạng thái nghỉ,  $v = 0$ . Khi đó  $C = -\frac{2(\rho - \rho_0)r^2}{9\eta}$ . Vậy có thể viết lại (1.13) như sau

$$v = \frac{2(\rho - \rho_0)r^2}{9\eta} \left( 1 - e^{-\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho r^2}t} \right) \quad (1.14)$$

Để thu được biểu thức của gia tốc viên bi ta lấy đạo hàm của vận tốc theo thời gian, ta được

$$a = \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho} e^{-\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho r^2}t} \quad (1.15)$$

Nhìn vào công thức (1.15) ta thấy gia tốc phụ thuộc thời gian theo quy luật hàm mũ, khi  $t \rightarrow \infty$  thì  $a \rightarrow 0$ . Rõ ràng nếu  $\eta$  càng lớn thì gia tốc càng mau tiến tới giá trị không. Khi đó thì vận tốc của vật sẽ đạt đến giá trị cực đại  $v_m$  bằng

$$v_m = \frac{2(\rho - \rho_0)r^2}{9\eta} \quad (1.16)$$

Công thức (1.16) là cơ sở lí thuyết để đo hệ số nhớt  $\eta$  bằng cách đo  $v_m$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$  và  $r$ .