

**BÀI TẬP ÔN TẬP TOÁN C2**

1) Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 6 \\ 2 & -3 & 8 \end{bmatrix}$  và  $B = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 7 & -3 & 2 \\ 8 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ .

Hãy tính biểu thức:  $(AB)^t - 2A^{-1} + B^t$

2) Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ . Hãy tính biểu thức:  $A^2 - 4A^{-1} + 5A^t$

3) Cho phương trình  $AX = B$ , trong đó  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  và  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

- a) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận  $A$ .  
b) Tìm ma trận  $X$  thỏa mãn phương trình trên.

4) Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

Tìm ma trận  $X = AB - 3B$ .

5) Tính các định thức sau:

a)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$

b)  $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

6) Giải hệ phương trình:

a)  $\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 13y + 5z = 6 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 4x + 5y + 3z = 14 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$

7) Giải hệ phương trình sau theo a.

$$a) \begin{cases} 3x - 3y + z = 1 \\ 4x - 3y + z = 2 \\ 3x - 4y + z = a \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 3y + 3z = 2 \\ x + 3y + 4z = 1 \\ x + 4y + 3z = a \end{cases}$$

8) Biện luận theo m số nghiệm của hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = m \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2x - 2y + z = 2 \\ 3x - 4y + mz = 0 \end{cases}$$

9) Hỏi họ vectơ sau có sinh ra  $R^3$  không?

$$B = \{u_1 = (-1, 2, 0); u_2 = (2, 0, 1); u_3 = (3, 1, -2)\}$$

10) Hỏi họ vectơ nào sau đây là độc lập tuyến tính :

a)  $(1, 0, 2, 0), (0, -1, 0, 3), (0, 2, 1, 4), (-2, -3, 4, 1)$  trong  $R^4$  ?

b)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  trong  $M_{2 \times 2}$ ?

11) Trong không gian  $R^2$  cho hai cơ sở  $U = \{u_1, u_2\}$ ,  $V = \{v_1, v_2\}$ .

$$u_1 = (-1, 3); u_2 = (-3, 1); v_1 = (3, -2); v_2 = (-2, 3)$$

a) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ  $V$  sang  $U$ .

b) Cho  $[x]_V = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  tìm tọa độ  $[x]_U$  và vectơ  $x \in R^2$ .

12) a) Tìm m để họ sau là một cơ sở của không gian  $R^3$

$$H = \{(-2, 1, m), (3, 0, 1), (1, 2, -1)\}.$$

b) Hỏi họ hai ma trận sau độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính trong không gian  $M_{2 \times 2}$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

13) Trong  $R^3$  cho hai họ vectơ sau:

$$B = \{u_1 = (-1, 3, 0); u_2 = (-2, 0, -1); u_3 = (4, 1, 2)\}$$

$$B' = \{v_1 = (-1, -2, 0); v_2 = (3, 2, 0); v_3 = (0, 1, -2)\}$$

a) Chứng minh  $B, B'$  là hai cơ sở trong  $R^3$ .

b) Hãy tìm ma trận chuyển cơ sở từ  $B'$  sang  $B$ . Cho  $[x]_{B'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ , hãy tìm  $[x]_B$  và vectơ

$$x \in R^3$$

14) Trong không gian  $R^3$  cho họ vectơ  $B = \{u_1, u_2, u_3\}$  trong đó

$$u_1 = (1, 2, 3); u_2 = (-3, 2, 1), u_3 = (2, -1, 3);$$

- a) Chứng minh B là một cơ sở của  $\mathbb{R}^3$ .
- b) Tìm ma trận tọa độ của vectơ  $x = (-4, 5, 1)$  đối với cơ sở B.
- c) Cho  $[x]_B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ . Hãy tìm vectơ  $x \in \mathbb{R}^3$ .

15) Tính tổng chuỗi sau (nếu có):

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^{n-1}}$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-4)^n}{5^{n-1}}$       c)  $4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{3^2} + \frac{4}{3^3} + \dots$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - (-3)^n}{4^{n-1}}$       e)  $5 - \frac{5}{4} + \frac{5}{4^2} - \frac{5}{4^3} + \dots$

16) Xét sự hội tụ hay phân kì của các chuỗi số sau:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2 2^n}{n!}$       c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{4n^4 - 3n + 1}{n^3 + 2n} \right)^{2n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n! 3^n}{(2n)!}$       e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$       f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-4)^n}{5^{n-1}}$

g)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$       h)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{4n^2 - n + 1}{5n^2 + n} \right)^{2n}$       h)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}$

17) Tìm bán kính hội tụ và miền hội tụ của các chuỗi sau:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n \cdot (n+1)}$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-2)^n}{n+2}$       c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n 3^n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-2)^n$       e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-5)^n}{2n}$       f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n^3 + 1}$

h)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1} (x-3)^n$