

BÀI TẬP
TOÁN CAO CẤP A1
BÀI TOÁN TỐI ƯU

BÀI TẬP

1. Tìm một số dương sao cho tổng của nó với số nghịch đảo là càng nhỏ càng tốt.
2. Tìm hai số dương có tích là 240 và tổng nhỏ nhất.
3. Tìm hai số có hiệu là 180 và tích của chúng là nhỏ nhất.
4. Tìm kích thước của một hình chữ nhật có diện tích $1200m^2$ và chu vi càng nhỏ càng tốt.
5. Tìm kích thước của một hình chữ nhật có chu vi $120m$ và diện tích càng lớn càng tốt.
6. Giả sử một tấm nguyên liệu có diện tích $800m^2$ dùng để làm thành một hình hộp có đáy là hình vuông và không có nắp, tìm thể tích lớn nhất có thể được của

hình hộp.

7. Một hình hộp có đáy hình vuông với phần trên trống có thể tích là $4200m^3$. Tìm kích thước của hình hộp sao cho tốn ít vật liệu nhất.

8. (a) Chứng minh rằng trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích bằng nhau, thì hình vuông có chu vi nhỏ nhất.

(b) Chứng minh rằng trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng nhau thì vuông có diện tích lớn nhất.

9. Tìm điểm trên elip $4x^2 + y^2 = 4$ sao cho khoảng cách từ điểm đó đến điểm $(0, 1)$ lớn nhất.

10. Tìm (chính xác đến hai số thập phân) tọa độ điểm trên đường cong $y = \tan x$ gần với điểm $(1, 1)$ nhất.

11. Một người nông dân có $750m$ hàng rào và muốn đóng kín thành diện tích hình chữ nhật; sau đó chia làm 4 bãi rào kín với hàng rào song song với một cạnh của hình chữ nhật. Khi nào để tổng diện tích của 4 bãi rào lớn nhất.

(a) Vẽ vài biểu đồ minh họa các trường hợp, một bãi rào cạn, rộng và bãi rào sâu, hẹp. Tìm tổng diện tích của những hình thể này, trường hợp nào có diện tích lớn nhất? Nếu có, ước lượng trường hợp diện tích lớn nhất đó.

(b) Vẽ biểu đồ minh họa cho trường hợp tổng quát, viết lời chú thích và gán những kí hiệu trên biểu đồ.

(c) Xây dựng một biểu thức tính tổng diện tích.

(d) Dùng những giả thuyết đã cho để xây dựng một phương trình liên quan đến những biến.

(e) Dùng phần (d) để xây dựng một hàm tổng diện tích là hàm một biến.

(f) Giải xong bài toán và so sánh với câu trả lời ước lượng ở phần (a).

12. Một cái hộp không có nắp được tạo thành từ một miếng các tông hình vuông có cạnh là $3m$, bằng cách cắt 4 góc và gấp nối các cạnh lại. Tìm cách cắt để thể tích cái hộp lớn nhất có thể.

(a) Vẽ một số biểu đồ để minh họa các trường hợp: hộp thấp đáy lớn, hộp cao đáy nhỏ... Tìm thể tích tương ứng của chúng.

(b) Vẽ một biểu đồ minh họa trường hợp tổng quát. Viết lời chú thích và gán các kí hiệu trên biểu đồ.

(c) Viết công thức tính thể tích.

(d) Sử dụng giả thuyết đã cho và tìm một biểu thức liên hệ giữa các biến.

(e) Sử dụng kết quả (d) để xây dựng công thức tính thể tích là hàm một biến.

(f) Giải xong bài toán rồi so sánh với câu trả lời ước lượng ở phần (a).

13. Một container với phần trên trống có thể tích $12m^3$. Độ dài của đáy gấp đôi

chiều rộng. Vật liệu dùng làm phần đáy có giá là 15.000Ø trên một mét vuông. Vật liệu dùng làm phần bên có giá là 9000Ø trên một mét vuông. Tìm chi phí thấp nhất để làm container.

14. Một hình trụ tròn đứng nội tiếp trong một hình cầu có bán kính là r . Tìm diện tích lớn nhất có thể được của hình trụ.

15. Tìm kích thước của hình chữ nhật sao cho diện tích lớn nhất mà nó có đáy trên trục hoành và hai đỉnh đối nhau một đỉnh nằm trên trục hoành, đỉnh kia nằm trên parabol $y = 4x^2$

16. Tìm kích thước của hình chữ nhật sao cho nó có diện tích lớn nhất nội tiếp trong một tam giác đều có cạnh là L nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm trên đáy của tam giác.