BÀI TẬP ÔN TẬP TOÁN C2

1) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & -1 & 6\\ 2 & -3 & 8\end{bmatrix}$ và $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 1\\ 4 & 0\end{bmatrix}$.

Tìm ma trận X biết $A^tB-3B+X=0$

2) Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}-2 & 6\\ 7 & 4\end{bmatrix}$. Hãy tính biểu thức: $A^2-4A^{-1}+5I$

3) Cho $f(x)=x^2-4x+2$ và $A=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 5 & 2\end{bmatrix}$. Hãy tìm *f*(*A*).

4) Cho phương trình *AX- B =0*, trong đó $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{bmatrix}$ và $B=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\ -2 & 4 & 0\\ 0 & 5 & 2\end{bmatrix}$

a) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận *A* .

b) Tìm ma trận *X* thỏa mãn phương trình trên.

5) Tính định thức: $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 0 & -1 & -2 & 3\\ 1 & 2 & 0 & -2\\ 0 & 0 & -3 & 1\end{vmatrix}$

6) Cho hệ phương trình: $\begin{cases}x-3y+2z=2\\ -2y+z=1\\ 3x+2y+z=b\end{cases}$

a) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận : $A=\begin{bmatrix}1 & -3 & 2\\ 0 & -2 & 1\\ 3 & 2 & 1\end{bmatrix}$

b) Sử dụng câu a) giải hệ phương trình trên theo b.

7) Tính các định thức sau:

a) $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 3 & 6 & 10\\ 1 & 4 & 10 & 20\end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 1\\ 3 & 4 & 1 & 2\\ 4 & 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$

8) Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} x+3y+2z=4 \\ 2x+13y+5z=6 \\ 3x+2y+z=10 \\ 4x+5y+3z=14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-y+2z=3 \\ 2x+4y+5z=-2 \\ -2x+2y+z=9 \\ 3x+3y+7z=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_2-3x_3+4x_4=-5 \\ x_1-2x_3+3x_4=-4 \\ 3x_1+2x_2-5x_4=12 \\ 4x_1+3x_2-5x_3=5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x_1-2x_2+4x_3-x_4+2x_5=2 \\ -2x_1+3x_2-x_3+2x_4-x_5=1 \\ -x_1+x_2+3x_3+x_4+x_5=3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x_1-2x_2+4x_3-x_4=2 \\ -2x_1+3x_2-x_3+2x_4=1 \\ -x_1+x_2+3x_3+x_4=3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x_1+2x_2-x_3+4x_4=0 \\ 2x_1-3x_2+x_3-x_4=0 \\ x_1+3x_2-2x_3+5x_4=0 \\ 3x_1-x_2-x_3+3x_4=0 \end{cases}$

9) Biện luận theo m số nghiệm của hệ phương trình:

a) $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+4x_4=2 \\ 2x_1-x_2+x_3+x_4=1 \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=m \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+3y+2z=1 \\ 2x-2y+z=2 \\ 3x-4y+mz=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x_1+2x_2+3x_3+5x_4+6x_5=1 \\ 2x_1-x_2+4x_4+2x_5=3 \\ x_1+x_2+3x_3+9x_4+8x_5=4 \\ 3x_1+3x_3+13x_4+mx_5=-3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x_1-2x_2+4x_3-2x_4+5x_5=1 \\ 3x_1-x_2-2x_4+3x_5=-2 \\ 2x_1-3x_2+4x_3-4x_4+8x_5=-1 \\ 5x_1-4x_2+4x_3-6x_4+mx_5=7 \end{cases}$

9) Xét thị trường có ba mặt hàng, ta gọi là mặt hàng thứ nhất, mặt hàng thứ hai và mặt hàng thứ ba. Người ta nghiên cứu thấy hàm cung và hàm cầu của ba mặt hàng này phụ thuộc vào giá của chúng như sau:

$$Q_{S_1}=9p_1-p_2-2p_3-40; Q_{D_1}=-6p_1+p_2+p_3+60$$
$$Q_{S_2}=-p_1+8p_2-p_3-40; Q_{D_2}=2p_1-5p_2+p_3+40$$
$$Q_{S_3}=-p_1-p_2+7p_3-30; Q_{D_3}=p_1+p_2-4p_3+40$$

a) Hãy tìm điểm cân bằng của thị trường?

b) Nếu trong một đơn vị thời gian người ta nhập về 18 đơn vị mặt hàng thứ nhất, 29 đơn vị mặt hàng thứ hai, 12 đơn vị mặt hàng thứ ba. Hãy tìm điểm cân bằng mới của thị trường.

10 a) Hỏi họ vectơ sau có sinh ra R^3 không?

$$B=\{u_1=(-1,2,0);\ u_2=(2,0,1); u_3=(3,1,-2)\}$$

b) Hỏi họ vectơ sau có sinh ra R^4 không?

$B=\{u_1=(-1,2,0,0);\ u_2=(0,2,0,1);u_3=(0,3,1,-2)\}$

c) Hỏi các họ sau đây có sinh ra P_2 [x] không?

$H=\{p_1=1+2x-x^2;p_2=3+x^2;\ p_3=4+2x\}$.

$S=\{p_1=1+2x-x^2;p_2=3+x^2\}$.

11) Với giá trị nào của m thì :

a) Họ vectơ $B=\{u_1=(-1,2,1);\ u_2=(0,1,-3),u_3=(3,m,-2)\}$ là cơ sở của R^3 ?

b) Họ vectơ $B=\{u_1=(-1,2);\ u_2=(m,1)\}$ sinh ra R^2 ?

c) Vectơ x= (2,1,0) là tổ hợp tuyến tính của họ $B=\{u_1=(-1,2,0);\ u_2=(2,0,1);u_3=(1,-1,m)\}$

12) Hỏi họ vectơ nào sau đây là độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính

a) $(1,0,2,0),\ (0,-1,0,3),\ (0,2,1,4),\ (-2,-3,4,1)$ trong R^4 ?

b) $\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&-1\\-3&4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1&-2\\0&1\end{bmatrix}$ trong M_{2x2}?

c) $B=\{p_1=1+2x-x^2;p_2=3-x+x^2\}$ trong $P_2[x]$?

d) Trong không gian M_{2x2} cho họ vectơ $S=\{A_1,A_2,A_3\}$ với

$$A_1=\begin{bmatrix}-2&0\\1&3\end{bmatrix};\quad A_2=\begin{bmatrix}2&0\\0&2\end{bmatrix}A_3=\begin{bmatrix}-2&1\\3&0\end{bmatrix}$$

Hỏi họ S độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính trong M_{2x2}?

13) Với giá trị nào của m thì họ vectơ sau là cơ sở của R^3 ?

a) $B=\{u_1=(-1,2,0);\ u_2=(2,0,1);u_3=(1,-1,m)\}$

b) $B=\{u_1=(3,2,-1);\ u_2=(-1,0,2);u_3=(m,-1,2)\}$

14) Trong không gian $P_1(x)$ cho hai cơ sở $B=\{p_1, p_2\}$, $B'=\{q_1, q_2\}$.

$$p_1=2+x;p_2=-3-x;\quad q_1=-4+2x;q_2=5-3x$$

a) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ B sang B'

b) Cho ma trận tọa độ $[p]_B=\begin{bmatrix}-3\\2\end{bmatrix}$. Hãy tìm đa thức $p\in P_1(x)$ và $[p]_{B'}$

15) Trong không gian $P_2(x)$ cho họ vectơ $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$ với

$$q_1=1-x+x^2;\ q_2=4-2x+x^2;q_3=3-x^2$$

a) Chứng minh Q là một cơ sở của $P_2(x)$.

b) Cho $[p]_Q=\begin{bmatrix}-2\\1\\4\end{bmatrix}$, hãy tìm đa thức $p\in P_2(x)$.

16) Trong không gian $P_2(x)$ cho 2 cơ sở $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$ và $H=\{f_1,f_2,f_3\}$

$$q_1=1-x+x^2;\ q_2=4-2x+x^2;q_3=3-x^2$$

$$f_1=1+2x+2x^2;\ q_2=1+3x+2x^2;q_3=1+2x+3x^2$$

c) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ H sang Q.

d) Cho $[p]_Q=\begin{bmatrix}-3\\-1\\2\end{bmatrix}$, hãy tìm đa thức $p\in P_2(x)$ và $[p]_H$

17) Trong R^3 cho hai họ vectơ sau:

$$B=\{u_1=(-1,3,0);\ u_2=(-2,0,-1);u_3=(4,1,2)\}$$

$$B'=\{v_1=(-1,-2,0);\ v_2=(3,2,0);v_3=(0,1,-2)\}$$

a) Chứng minh B, B' là hai cơ sở trong R^3 .

b) Hãy tìm ma trận chuyển cơ sở từ B' sang B. Cho $[x]_B=\begin{pmatrix}3\\5\\-2\end{pmatrix}$, hãy tìm $[x]_{B'}$ và vectơ $x\in R^3$

18) Xét sự hội tụ hay phân kì của các chuỗi số sau và tính tổng nếu có:

a) $\frac{1}{2.4}+\frac{1}{4.6}+\frac{1}{6.8}+...$

b) $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+...$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n-3^n}{5^{n-1}}$

d) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2-1}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{2^{n-1}}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n+(-3^n)}{8^{n-1}}$

g) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+....$

h) $3-\frac{3}{4}+\frac{3}{16}-\frac{3}{64}+....$

19) Hãy biểu diễn các số sau thành các số hữu tỷ:

a) $0.\overline{4}=0.4444...$

b) $0.\overline{53}=0.535355353...$

c) $4.\overline{123}=4.123123123...$

d) $7.6\overline{543}=7.6543543543...$

20) Xét sự hội tụ hay phân kì của các chuỗi số sau:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n-1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{n^2+1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^n.n!}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^2 2^n}{n!}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{4n^3-3n+1}{n^3+2n}\right)^{2n}$

$g)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n!3^n}{(2n)!}$ h) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5^n}\left(1-\frac{2}{n}\right)^{n^2}$ $k)\ \sum_{n=1}^{\infty}2^n\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$

$l)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^2}{n^3+4}$ $m)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\sqrt{n}}{4n^2+1}$ $n)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n!}{1.3.5...(2n-1)}$

$0)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 10^n}{(n+1)4^{2n+1}}$ $p)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3.5.7...(2n+1)}{(n+1)!}$

21) Tìm bán kính hội tụ và miền hội tụ của các chuỗi sau:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n.(n+1)}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(x-2)^n}{n+2}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n3^n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}3^n(x+4)^n$ e) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n+1}(x-3)^n$ $f)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(x-5)^n}{2n+1}$

$g)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-4)^n}{n^3+1}$ h) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n}(x+5)^n$ k) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}x^n$