



Một nhà đầu tư bất động sản ước tính rằng nếu 60 biệt thự được xây dựng trong một diện tích thì lợi nhuận trung bình sẽ là 47 500 đôla/biệt thự. Cứ mỗi biệt thự được xây thêm vào trên cùng diện tích đó, thì lợi nhuận trung bình sẽ giảm 500 đôla/biệt thự. Nhà đầu tư nên xây dựng bao nhiêu biệt thự để tổng lợi nhuận lớn nhất? (Nhớ rằng, câu trả lời phải là số nguyên).



Giải:

Gọi x là số biệt thự được xây thêm và $P(x)$ là hàm tổng lợi nhuận tương ứng (đvt: trăm đôla).

Tổng lợi nhuận = (Lợi nhuận/biệt thự) (số biệt thự)

$$\text{Suy ra: } P(x) = (475 - 5x)(x + 60) = -5x^2 + 175x + 28500$$

Mục tiêu của bài toán là tìm GTLN của hàm $P(x)$ với $x \in N$.

$$P'(x) = -10x + 175 = 0 \Leftrightarrow x = 17.5$$

$$P''(x) = -10 < 0 \quad \forall x \Rightarrow \max_{x \in N} P(x) = P(17.5) \quad \text{đạt tại } x = 17.5$$

Vì $x \in N$ nên $P(x)$ đạt GTLN tại $x = 17$ hoặc $x = 18$

$$P(17) = 30030 = P(18)$$

Vậy nhà đầu tư nên xây dựng 77 biệt thự hoặc 78 biệt thự thì tổng lợi nhuận sẽ lớn nhất.