

BÀI TẬP ÔN TẬP TOÁN C1

1. Những cải tiến trong công nghệ đã làm cho việc sản xuất máy tính trở nên nhanh và gọn, hiện tại giá bán máy tính trên thị trường giảm. Giả sử sau x tháng, giá bán của một máy tính sẽ là $P(x) = 40 + \frac{30}{x+1}$ USD.
 - (a) Sau 5 tháng giá là bao nhiêu ?
 - (b) Trong tháng thứ 5 giá sẽ giảm bao nhiêu ?
 - (c) Khi nào giá đạt 43 USD ?
2. Vào đầu tháng, hồ nước của địa phương đã đạt đến mực nước không đổi. Vào ngày thứ 12 của tháng hồ chứa 200 triệu gallon nước, và vào ngày thứ 21 nó chỉ chứa 164 triệu gallon.
 - (a) Biểu diễn lượng nước trong hồ bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
 - (b) Vào ngày thứ 8 của tháng lượng nước trong hồ là bao nhiêu ?
3. Vào đầu năm, giá của sản phẩm P trên thị trường nội địa đang tăng với tốc độ không đổi là 5 đvtt/đvsp/tháng. Vào đầu tháng 8, giá sản phẩm P là 120 đvtt/đơn vị. Hãy biểu diễn giá của sản phẩm P bằng một hàm theo thời gian, vẽ đồ thị và xác định giá sản phẩm P lúc đầu năm.
4. Từ lúc đầu năm, giá của sản phẩm A đang tăng với tốc độ không đổi là 5đvtt/đvsp/tháng. Vào đầu tháng sáu, giá sản phẩm A lag 120 đvtt/đvsp.
 - (a) Biểu diễn giá của sản phẩm A bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
 - (b) Giá sản phẩm A lúc đầu năm là bao nhiêu ?
 - (c) Giá sản phẩm A vào đầu tháng 10 là bao nhiêu ?
5. Một người sở hữu một vật cổ có giá trị hiện tại là 50 triệu đồng. Biết giá trị của vật cổ tăng với tốc độ không đổi và sau 5 năm nó có giá trị 80 triệu đồng .
 - a) Hãy biểu diễn giá trị của vật cổ theo thời gian và vẽ đồ thị?
 - b) Hỏi giá trị của vật cổ sẽ là bao nhiêu sau 10 năm?
6. Một viện bảo tàng quy định cách tính lệ phí cho từng nhóm vào viện như sau: Nhóm không qua 5 người thì tính với lệ phí cố định là 100 nghìn đồng. Nhóm giữa 5 và 20 người thì lệ phí là 15 nghìn đồng/người và nhóm từ 20 trở lên thì lệ phí được tính giảm hơn là 12 nghìn đồng/ người.
 - (a) Hãy lập hàm doanh thu cho viện bảo tàng theo số người trong nhóm.
 - (b) Giả sử nhóm có 19 người thì họ sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền nếu nhóm đó có thêm một thành viên nữa.
7. Một cửa hàng bán sản phẩm P với giá 20 đôla/đơn vị, tại giá bán này thì bán được 160 đơn vị trong một tháng. Cửa hàng dự định tăng giá bán và ước tính nếu giá giảm 1 đôla thì bán nhiều hơn 20 đơn vị trong một tháng. Hỏi cửa hàng nên bán sản phẩm P với giá bao nhiêu để lợi nhuận hàng tháng lớn nhất? Biết cửa hàng mua sản phẩm trên từ nhà phân phối với giá 10 đôla/đơn vị.
8. Một người bán lẻ nhận Camera từ nhà sản xuất với chi phí 50 USD mỗi cái. Người đó bán Camera với giá 80 USD một cái, tại giá bán này khách hàng sẽ mua 40 Camera trong một tháng. Người đó dự định giảm giá để kích thích sức mua và họ ước tính rằng giá mà cứ mỗi 5 USD mà giảm đi trong giá bán thì mỗi tháng sẽ bán nhiều hơn 10 Camera. Hỏi người đó nên bán Camera với giá bao nhiêu để lợi nhuận lớn nhất. Vẽ đồ thị hàm lợi nhuận.
9. Một hãng nhận sản xuất 400 000 huy chương bạc nhân ngày kỷ niệm lần thứ 30 Apollo 11 đổ bộ lên mặt trăng. Hãng sở hữu một số máy, mỗi máy có thể sản xuất 200 huy chương/giờ. Chi phí lắp đặt máy để sản xuất huy chương là 80 đôla/máy và tổng chi phí vận hành là 5.76 đô la/ giờ. Biểu diễn chi phí sản xuất 400 000 huy chương bằng một hàm theo số máy đã dùng. Hãy ước tính số máy mà hãng nên dùng để chi phí nhỏ nhất.

10. Nhà máy A nhận đơn đặt hàng từ công ty B để sản xuất 8000 đơn vị mặt hàng nào đó. Nhà máy sở hữu 20 máy, mỗi máy có thể sản xuất 50 đơn vị/ giờ. Chi phí lắp đặt là 80\$/ máy và chi phí vận hành là 5\$/ giờ. Nhà máy nên sử dụng bao nhiêu máy để chi phí sản xuất là nhỏ nhất ?
11. Tổng chi phí của một nhà sản xuất là $C(q) = q^2 + 10\sqrt{q} + 100$ đvtt, trong đó q là số đơn vị sản phẩm được sản xuất.
 (a) Dùng phân tích cận biên hãy ước tính chi phí sản xuất của đơn vị sản phẩm thứ 5.
 (b) Hãy tính chi phí sản xuất thực tế của đơn vị sản phẩm thứ 5.
12. Sau x tuần tính từ bây giờ, số người dùng hệ thống chuyên chở cộng đồng mới tăng nhanh được xấp xỉ bằng $N(x) = 4x^3 + 400x^{\frac{3}{2}} + 5000$.
 (a) Tính tốc độ thay đổi số người sử dụng hệ thống theo thời gian sau 10 tuần.
 (b) Số người sử dụng hệ thống sẽ thay đổi bao nhiêu trong tuần thứ 10 ?
13. Một dự án nhận định rằng sau t năm tính từ bây giờ, dân số của một thành phố nào đó sẽ là $P(t) = 3t + 5t^{3/2} + 6000$ người. Tính sự thay đổi phần trăm dân số trong tháng 1 năm thứ 5?
14. Tại một nhà máy nào đó, đầu ra hàng ngày là $Q(L) = 20,000L^{1/2}$ đơn vị, trong đó L là lượng lao động tính bằng số giờ làm việc. Hiện tại nhà máy có 900 giờ làm việc của lao động được sử dụng mỗi ngày. Dùng các phép tính để ước tính sự thay đổi trong đầu ra nếu lao động buộc phải cắt giảm chỉ còn 880 giờ làm việc.
15. Tổng sản phẩm nội địa GDP của một quốc gia nào đó là $N(t) = t^2 + 6t + 300$ tỉ đôla sau t năm tính từ năm 1995. Dùng các phép tính để dự đoán sự tăng trưởng phần trăm trong GDP trong quý ba của năm 2003.
16. Đầu ra tại một nhà máy nào đó là $Q(L) = 600L^{2/3}$ đơn vị, trong đó L là lượng lao động. Nhà sản xuất muốn tăng đầu ra thêm 1%. Dùng các phép tính để ước tính phần trăm tăng lên của lao động.
17. Đầu ra tại một nhà máy nào đó là $Q(L) = 600L^{2/3}$ đơn vị, trong đó L là lượng lao động. Hiện tại số giờ lao động là 1000 giờ. Nhà sản xuất muốn tăng đầu ra 25 đvsp. Dùng các phép tính để ước tính cần tăng số giờ lên bao nhiêu?
18. Một nhà đầu tư bất động sản ước tính rằng nếu xây 70 căn hộ trên cùng một diện tích đất, thì lợi nhuận trung bình sẽ là 44 000 đôla/căn hộ. Họ ước tính rằng cứ mỗi căn hộ được xây thêm trên cùng diện tích đó, thì lợi nhuận trung bình sẽ giảm 400 đôla/căn hộ. Hỏi nhà đầu tư nên xây dựng bao nhiêu căn hộ để tổng lợi nhuận lớn nhất?
19. Công ty G bán bóng đèn với giá 10\$/ bóng và tại giá bán này, khách hàng sẽ mua 3000 bóng mỗi tháng. Nhân dịp tết công ty quyết định tăng giá bán và họ ước tính rằng cứ mỗi 1 \$ tăng lên trong giá thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 bóng. Biết rằng công ty có thể sản xuất bóng đèn với chi phí là 5\$/cái. Công ty nên bán bóng đèn với giá nào để lợi nhuận thu được là lớn nhất ?
20. Giả sử 1000\$ được đầu tư hàng năm với lãi suất 7%. Tính số dư sau 10 năm nếu tiền lãi được thanh toán :
 (a) Kỳ hạn 2 tháng (b) Kỳ hạn 4 tháng (c) Liên tục.
21. Ban quản lý tại một ngân hàng nào đó được ra chiến lược kinh doanh nhằm thu hút khách hàng như sau: Tiền của khách hàng gửi vào ngân hàng sau 8 năm thì số dư sẽ gấp đôi số tiền ban đầu. Giả sử bạn là nhân viên của ngân hàng đó thì bạn phải đề xuất mức lãi suất mà ngân hàng phải đưa ra là bao nhiêu ? Biết rằng lãi suất hàng năm không đổi và lãi được tính theo hàng quý.
22. Bạn nên đầu tư ngay từ bây giờ là bao nhiêu để sau 10 năm bạn nhận được 20 triệu USD để thành lập công ty, nếu lãi suất hàng năm là 8% và được tính theo hàng tháng ?

23. Nếu P đvtt là số tiền đầu tư ban đầu với lãi suất 7%/năm và tiền lãi được tính hàng năm. Hỏi trong thời gian bao lâu thì số dư gấp đôi số tiền ban đầu?
24. Nên đầu tư bao nhiêu tiền từ bây giờ với lãi suất 7% và thu được 9000 trong 5 năm nếu tiền lãi được thanh toán:
- (a) Kỳ hạn 2 tháng (b) Liên tục
25. Khi giá của bóng đèn là p \$/ đơn vị, nhu cầu của khách hàng về mặt hàng này là x trăm đơn vị, trong đó $x^2 + 3px + p^2 = 79$. Hỏi nhu cầu của khách hàng sẽ thay đổi nhanh như thế nào theo thời gian khi giá là 5\$/ đơn vị và giá đang giảm với tốc độ là 30 cent/tháng ?
26. Khi giá của một hàng hoá nào đó là p đôla trên đơn vị, nhà sản xuất sẽ cung cấp x trăm đơn vị sản phẩm, trong đó
- $$3p^2 - x^2 = 8$$
- Hỏi lượng cung sẽ thay đổi với tốc độ bao nhiêu theo thời gian khi giá là 6 đôla/đơn vị và giảm với tốc độ là 30 cents trên tháng?
27. Đầu ra Q tại một nhà máy nào đó liên hệ với các đầu vào x và y bởi phương trình $Q = x^3 + 2xy + y^3$. Nếu hiện tại đầu vào của nhà máy là x = 10 và y = 20, dùng các phép tính hãy ước tính thay đổi trong đầu vào y để bù lại đầu vào x giảm 0.5 sao cho đầu ra của nhà máy vẫn giữ ở mức hiện tại.
28. Tại một nhà máy nào đó, đầu ra được cho bởi $Q = 60K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$ đơn vị, trong đó K là vốn đầu tư (nghìn đôla) và L là lượng lao động, tính bằng giờ lao động. Nếu đầu ra vẫn giữ không đổi, vốn đầu tư sẽ thay đổi với tốc độ bao nhiêu tương ứng với thời gian khi K = 27, L = 729 và L tăng với tốc độ 30 giờ lao động trên tuần?
29. Đầu ra Q tại một nhà máy nào đó liên hệ với các đầu vào x và y bởi phương trình $Q = 2x^3 + 4x^2y^2 + y^3$. Nếu các đầu vào hiện tại là x = 10 và y = 20, dùng các phép tính hãy ước tính thay đổi trong đầu vào y để bù lại đầu vào x giảm 0.6 đơn vị sao cho đầu ra vẫn giữ ở mức hiện tại ?
30. Người ta dự đoán rằng x tuần tính từ bây giờ, số người đi lại bằng xe điện ngầm mới sẽ tăng với tốc độ $18x^2 + 300\sqrt{x}$ trên tuần. Hiện tại, 8000 người dùng xe điện ngầm. Số người dùng xe điện ngầm sẽ là bao nhiêu sau 4 tuần ?
31. Một cây được trồng và sau x năm nó tăng trưởng với tốc độ $h'(x) = 0,5 + \frac{1}{(2x+1)^2}$ mét trên năm. Cây sẽ tăng trưởng bao nhiêu trong năm thứ năm ?
32. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng tính từ bây giờ, dân số của một thành phố nào đó sẽ tăng với tốc độ $10 + 2\sqrt{2x+1}$ người trên tháng. Dân số của thành phố sẽ tăng bao nhiêu trong 4 tháng tới ?
33. Người ta dự đoán rằng sau t ngày tính từ bây giờ vụ thu hoạch của người nông dân sẽ tăng với tốc độ $0.5t^2 + 4(t+1)^{-1}$ giạ trên ngày. Giá trị của vụ thu hoạch sẽ tăng bao nhiêu trong 6 ngày tới nếu giá trên thị trường vẫn không đổi là 2\$ trên giạ ?
34. Số liệu thống kê được sưu tập bởi cán bộ địa phương về sự hiệu chỉnh chỉ ra rằng sau x năm tính từ bây giờ số tù nhân trong nhà tù tỉnh sẽ tăng với tốc độ $280e^{0.2x}$ trên năm. Hiện tại có 2 000 tù nhân ở trong nhà tù của tỉnh. Sau 10 năm tù nhân trong tỉnh là bao nhiêu ?
35. Qua điều tra các nhà phân tích kinh tế đã nhận định rằng tốc độ tăng trưởng kinh tế (GDP) của một quốc gia nào đó sau t năm tính từ năm 2007 sẽ là: $30 + 6\sqrt{5 + 2t}$ tỷ USD/năm.
- a) Hỏi GDP của quốc gia đó tăng bao nhiêu từ năm 2010 đến năm 2015?
- b) Hỏi GDP của quốc gia đó tăng bao nhiêu trong suốt năm 2015?

36. Qua khảo sát các nhà kinh tế đã nhận định rằng sau t tháng tính từ bây giờ, tốc độ tăng giá dầu trên thế giới là: $\frac{1}{2}(t+1)\sqrt{t+2}$ USD/ thùng. Hỏi giá dầu trên thế giới sẽ tăng bao nhiêu trong 7 tháng đầu?
37. **Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân sau.**
- a) $\frac{dy}{dx} = (x+1)e^{-x+2y}$ b) $\frac{dy}{dx} = (x-1)\sqrt[3]{x+1} \cdot (2y+1)$
38. **Tìm nghiệm riêng của phương trình vi phân thỏa mãn điều kiện đã cho.**
- $\frac{dy}{dx} = 5x^4 - 3x^2 - 2$; $y = 4$ khi $x = 1$.
 - $\frac{dy}{dx} = \frac{\ln x}{y}$; $y = 100$ khi $x = 1$.
 - $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{\sqrt{1-x^2}}$; $y = 2$ khi $x = 0$.
 - $\frac{dy}{dx} = 4x^3y^2$; $y = 2$ khi $x = 1$.
 - $\frac{dy}{dx} = y^2\sqrt{4-x}$; $y = 2$ khi $x = 4$.
 - $\frac{dy}{dx} = xe^{y-x^2}$; $y = 0$ khi $x = 1$.
39. Một nhà sản xuất dự định bán một sản phẩm mới với giá 350\$ trên đơn vị và ước tính rằng nếu x nghìn đôla được sử dụng vào việc mở rộng và y nghìn đôla được sử dụng vào quảng cáo, khách hàng sẽ mua xấp xỉ $\frac{250y}{y+2} + \frac{100x}{x+5}$ đơn vị sản phẩm. Nếu chi phí sản xuất là 150\$ trên đơn vị, nhà sản xuất nên sử dụng bao nhiêu vào việc mở rộng và bao nhiêu vào quảng cáo để lợi nhuận từ việc bán sản phẩm này lớn nhất nếu nguồn tài chính có sẵn không giới hạn?
40. Một xí nghiệp chuyên sản xuất hai loại sản phẩm P1 và P2 với khối lượng tương ứng là x và y đơn vị. Biết giá bán sản phẩm P1 là $p(x) = 160 - x$ nghìn đồng/đơn vị và sản phẩm P2 là $q(y) = 200 - 2y$ nghìn đồng/đơn vị. Giả sử tổng chi phí sản xuất x đơn vị sản phẩm P1 và y đơn vị sản phẩm P2 là $C(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$ nghìn đồng. Hỏi xí nghiệp nên sản xuất các sản phẩm trên với khối lượng bao nhiêu để tổng lợi nhuận lớn nhất?
41. Một nhà sản xuất độc quyền sản xuất một sản phẩm mới và có kế hoạch bán cho các công ty trong và ngoài nước. Họ ước tính rằng nếu cung cấp x đơn vị trên thị trường nội địa và y đơn vị trên thị trường quốc tế thì các sản phẩm sẽ được bán với giá $80 - \frac{x}{4} + \frac{y}{8}$ trăm đôla/đơn vị ở thị trường nội địa và $50 - \frac{y}{4} + \frac{x}{8}$ trăm đôla/đơn vị ở thị trường quốc tế. Biết chi phí sản xuất các sản phẩm này là 1000 đôla. Hỏi nhà sản xuất nên cung cấp bao nhiêu đơn vị sản phẩm tại mỗi thị trường để tổng lợi nhuận lớn nhất.
42. Một quầy tạp hoá ở một huyện nông thôn nhỏ bán hai sản phẩm S1 và S2, loại thứ nhất được mua với giá 30 cents trên đơn vị và loại thứ hai được mua với giá 40 cents/đơn vị.

Người chủ tạp hoá ước tính rằng nếu loại thứ nhất được bán với giá x cents trên đơn vị và loại thứ hai được bán với giá y cents trên đơn vị, thì mỗi ngày sẽ bán được xấp xỉ $70 - 5x + 4y$ loại thứ nhất và $80 + 6x - 7y$ đơn vị loại thứ hai. Hỏi chủ tạp hoá nên bán hai loại sản phẩm trên với giá bao nhiêu để lợi nhuận hằng ngày lớn nhất?

43. Doanh thu bán hàng hàng tháng của công ty (tính bằng đơn vị 1 tỷ đồng) trong 4 năm đầu tiên được biểu diễn trong bảng sau:

Năm	1	2	3	4
Bán hàng	1.2	1.5	1.6	1.8

Vẽ các dữ liệu trên một hệ trục tọa độ.

- a) Tìm phương trình đường thẳng bình phương bé nhất.
 b) Sử dụng đường thẳng bình phương bé nhất để dự đoán doanh thu bán hàng trong 5 năm đầu tiên của công ty.
44. Một khách hàng dùng 560 đô để mua hai loại mặt hàng, biết rằng mặt hàng thứ nhất có giá là 4 đô/ đơn vị và mặt hàng thứ hai có giá là 10 đô/ đơn vị. Giả sử rằng khi người đó mua x đơn vị mặt hàng thứ nhất và y đơn vị mặt hàng thứ hai thì hàm hữu dụng sẽ là $f(x, y) = 1600x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$. Vậy khách hàng đó nên mua lần lượt mua bao nhiêu đơn vị mặt hàng thứ nhất và mặt hàng thứ hai để hàm hữu dụng đạt giá trị lớn nhất?
45. Tại một nhà máy nào đó, đầu ra Q liên hệ với đầu vào x và y được cho bởi biểu thức $Q(x, y) = 3x^2 + 6x^2y + 4y^3$. Nếu $0 \leq x \leq 5$ và $0 \leq y \leq 6$, đầu ra trung bình của nhà máy là bao nhiêu?

46. Tính các tích phân kép sau:

(a) $\int_0^1 \int_{-2}^0 (2x + 3y) dy dx$

(b) $\int_0^1 \int_0^2 e^{-x-y} dy dx$

(c) $\int_0^1 \int_0^2 x\sqrt{1-y} dx dy$

(d) $\int_0^1 \int_{-1}^1 xe^{2y} dy dx$

(e) $\int_0^2 \int_{-1}^1 \frac{6xy^2}{x^2 + 1} dy dx$

(f) $\int_1^e \int_1^e \ln(xy) dy dx$

47. Tính tích phân kép $\iint_R \frac{dA}{xy \ln x}$, trong đó R là miền hình chữ nhật $2 \leq x \leq 3$, $1 \leq y \leq 2$.

48. Tính tích phân kép $\iint_R \frac{x dA}{(x^2 + 1)y^3}$, trong đó R là miền hình chữ nhật $0 \leq x \leq 1$, $1 \leq y \leq 2$.