

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

1. Cho $f(x, y) = x^2 e^{3xy}$

(a). Tính giá trị $f(2, 0)$.

(b). Tìm và phác họa miền xác định của f .

(c). Tìm tập giá trị của f .

2. Cho $f(x, y) = e^{\sqrt{z+x-y^2}}$

(a). Tính giá trị $f(2, -1, 6)$.

(b). Tìm và phác họa miền xác định của f .

(c). Tìm tập giá trị của f .

3. Phác họa đồ thị của các hàm

(a). $f(x, y) = 10 - 4x - 5y$

(b). $f(x, y) = 3 - x^2 - y^2$

(c). $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

(d). $f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - 16y^2}$

4. Tìm các giới hạn sau đây nếu nó tồn tại hoặc chỉ ra giới hạn không tồn tại

(a). $\lim_{(x,y) \rightarrow (5,-2)} (x^5 + 4x^3y - 5xy^2)$

(b). $\lim_{(x,y) \rightarrow (6,3)} (xy \cos(x - 2y))$

(c). $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

(d). $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + \sin^2 y}{2x^2 + y^2}$

5. Tìm các đạo hàm riêng của hàm

(a). $f(x, y) = 3x - 2y^4$

(b). $f(x, y) = x^5 + 3x^3y^2 + 3xy^4$

(c). $z = xe^{3y}$

(d). $z = y \ln x$

(e). $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$

(f). $f(x, y) = x^y$

6. Tìm đạo hàm riêng được chỉ ra sau đây:

(a). $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $f_x(3, 4)$.

(b). $f(x, y) = \sin(2x + 3y)$, $f_y(-6, 4)$.

(c). $f(x, y, z) = x / (y + z)$, $f_z(3, 2, 1)$.

7. Dùng đạo hàm của hàm ẩn để tìm $\frac{\partial z}{\partial x}$ và $\frac{\partial z}{\partial y}$:

(a). $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$

(b) $yz = \ln(x + z)$

(c). $x - z = \arctan(yz)$

(d). $\sin(xyz) = x + 2y + 3z$

8. Tìm các đạo hàm riêng được chỉ ra sau đây:

(a). $f(x, y) = 3xy^4 + x^3y^2$, f_{xy} , f_{yyy} .

(b). $f(x, t) = x^2e^{-ct}$, f_{tt} , f_{txx} .

(c). $f(x, y, z) = \cos(4x + 3y + 2z)$, f_{xyz} , f_{yzz} .

(d). $f(r, s, t) = r \ln(rs^2t^3)$, f_{rss} , f_{rst} .

9. Tìm phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong tại một điểm:

(a). $z = 4x^2 - y^2 + 2y$, $(-1, 2, 4)$.

(b). $z = 9x^2 + y^2 + 6x - 3y + 5$, $(1, 2, 18)$.

(c). $z = \sqrt{4 - x^2 - 2y^2}$, $(1, -1, 1)$.

(d). $z = y \ln x$, $(1, 4, 0)$.

10. Tìm xấp xỉ tuyến tính của hàm $f(x, y) = \sqrt{20 - x^2 - 7y^2}$ tại điểm $(2, 1)$ và dùng nó để tính giá trị $f(1,95; 1,08)$.

11. Tìm xấp xỉ tuyến tính của hàm $f(x, y) = \ln(x - 3y)$ tại điểm $(7, 2)$ và dùng nó để tính giá trị $f(6,9; 2,06)$.

12. Tìm xấp xỉ tuyến tính của hàm $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ tại điểm $(3, 2, 6)$ và dùng nó để tính giá trị $\sqrt{(3,02)^2 + (1,97)^2 + (5,99)^2}$.

13. Tìm vi phân của hàm:

(a). $z = x^3 \ln(y^2)$

(b). $v = y \cos xy$

(c). $u = e^t \sin \theta$

(d). $u = r / (s + 2t)$

14. Dùng quy tắc đạo hàm của hàm hợp để tìm dz / dt

(a). $z = x^2 y + xy^2, x = 2 + t^4, y = 1 - t^3$

(b). $z = \sqrt{x^2 + y^2}, x = e^{2t}, y = e^{-2t}$

(c). $z = \sin x \cos y, x = \pi t, y = \sqrt{t}$

15. Dùng quy tắc đạo hàm của hàm hợp để tìm $\partial z / \partial s$ và $\partial z / \partial t$

(a). $z = x^2 + xy + y^2, x = s + t, y = st$

(b). $z = x / y, x = se^t, y = 1 + se^{-t}$

(c). $z = \arctan(2x + y), x = s^2 t, y = s \ln t$

16. Cho $z = f(x, y)$, với f là hàm khả vi, $x = g(t), y = h(t), g(3) = 2, g'(3) = 5, h(3) = 7, h'(3) = -4, f_x(2, 7) = 6$ và $f_y(2, 7) = -8$. Tìm dz / dt khi $t = 3$.

17. Cho $W(s, t) = F(u(s, t), v(s, t))$, với F, u và v là các hàm khả vi, $u(1, 0) = 2, u_s(1, 0) = -2, u_t(1, 0) = 6, v(1, 0) = 3, v_s(1, 0) = 5, v_t(1, 0) = 4, F_u(2, 3) = -1$ và $F_v(2, 3) = 10$. Tìm $W_s(1, 0)$ và $W_t(1, 0)$.

18. Dùng đạo hàm của hàm ẩn để tìm dy / dx

(a). $\sqrt{xy} = 1 + x^2 y$.

(b). $y^5 + x^2 y^3 = 1 + ye^{x^2}$.

19. Dùng đạo hàm của hàm ẩn để tìm $\partial z / \partial x$ và $\partial z / \partial y$

(a). $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$.

(b). $xyz = \cos(x + y + z)$.

20. Tìm đạo hàm theo hướng của f tại điểm được cho theo hướng tạo một góc θ với chiều dương trục hoành

(a). $f(x, y) = x^2 y^3 - y^4$, $(2, 1)$, $\theta = \frac{\pi}{4}$.

(b). $f(x, y) = \sqrt{5x - 4y}$, $(4, 1)$, $\theta = -\frac{\pi}{6}$.

(c). $f(x, y) = x \sin(xy)$, $(2, 0)$, $\theta = \frac{\pi}{3}$.

21. Tìm giá trị cực đại tương đối, giá trị cực tiểu tương đối và điểm yên ngựa của hàm. Nếu bạn có chương trình vẽ đồ thị ở trong không gian 3 chiều thì hãy vẽ đồ thị của hàm với một miền xác định tùy chọn và hiển thị các điểm đặc biệt này.

(a). $f(x, y) = 9 - 2x + 4y - x^2 - 4y^2$.

(b). $f(x, y) = x^3 y + 12x^2 - 8y$.

(c). $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$.

(d). $f(x, y) = e^{4y - x^2 - y^2}$.

(e). $f(x, y) = (1 + xy)(x + y)$.

22. Tìm giá trị cực đại tuyệt đối và giá trị cực tiểu tuyệt đối của hàm f trên miền D

(a). $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2 y + 4$, $D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

(b). $f(x, y) = 4x + 6y - x^2 - y^2$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 5\}$.

(c). $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$.

(d). $f(x, y) = xy^2$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x^2 + y^2 \leq 3\}$.

(e). $f(x, y) = 2x^3 + y^4$, $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

23. Dùng phương pháp nhân tử Lagrange để tìm giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm thỏa mãn điều kiện được cho

(a). $f(x, y) = x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 = 1$.

(b). $f(x, y) = 4x + 6y$, $x^2 + y^2 = 13$.

(c). $f(x, y) = x^2y$, $x^2 + 2y^2 = 6$.

(d). $f(x, y) = x^2 + y^2$, $x^4 + y^4 = 1$.

(e). $f(x, y, z) = 2x + 6y + 10z$, $x^2 + y^2 + z^2 = 35$.