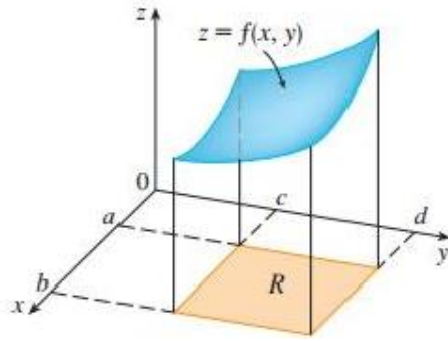


Bài Toán:

Tính thể tích khối ba chiều (S) nằm trên hình chữ nhật $R = [a, b] \times [c, d]$ và nằm dưới đồ thị hàm số $z = f(x, y)$ biết $f(x, y) \geq 0$

Hình vẽ dưới đây sẽ cho biết chi tiết miền R , mặt có phương trình $z = f(x, y)$ và hình khối S.



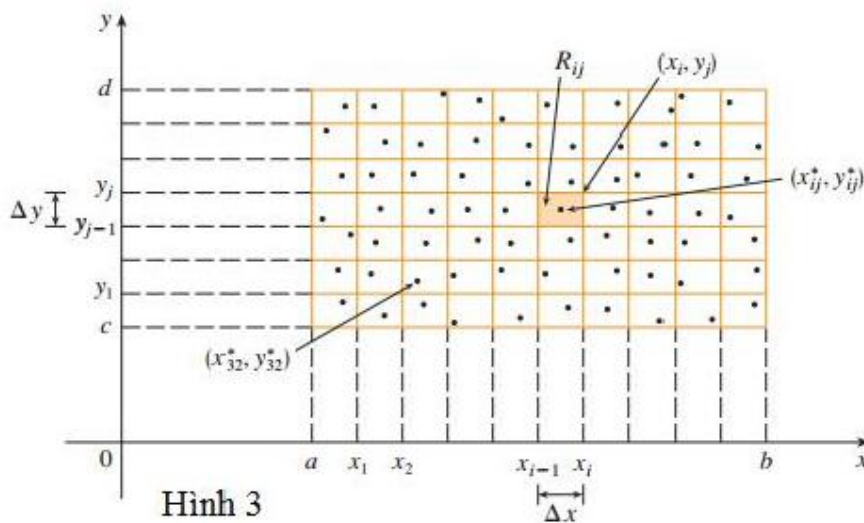
Đầu tiên, ta chia miền R thành các miền hình chữ nhật con. Để làm được điều này, chúng ta chia khoảng $[a, b]$ thành m khoảng nhỏ $[x_{i-1}, x_i]$ có độ dài bằng nhau

$\Delta x = (b - a) / m$ và chia khoảng $[c, d]$ thành n khoảng nhỏ $[y_{j-1}, y_j]$ có độ dài bằng nhau

$\Delta y = (d - c) / n$. Bằng cách vẽ các đường thẳng song song với các trục tọa độ và đi qua các điểm mút của các khoảng con chúng ta sẽ nhận được các miền hình chữ nhật con:

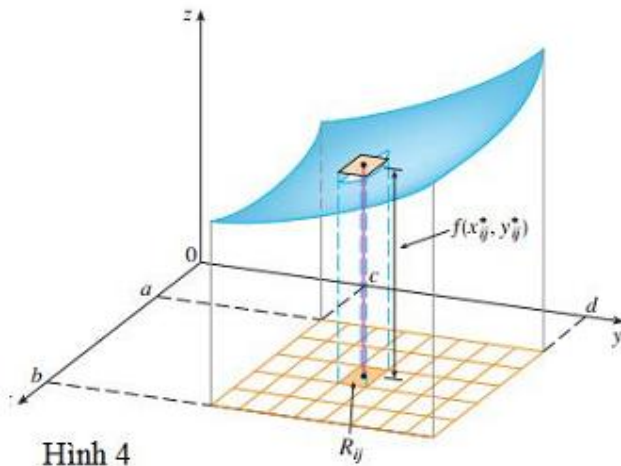
$$R_{ij} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j] = \{(x, y) \mid x_{i-1} \leq x \leq x_i, y_{j-1} \leq y \leq y_j\}$$

Mỗi một miền hình chữ nhật con sẽ có diện tích là: $\Delta A = \Delta x \cdot \Delta y$.



Hình 3

Tiếp theo, trên mỗi miền R_{ij} ta chọn một điểm mẫu (x_{ij}^*, y_{ij}^*) và lấy xấp xỉ phần của S (phần nằm trên R_{ij}) bằng hình hộp chữ nhật có đáy là R_{ij} , có chiều cao là $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)$, như trong hình vẽ dưới đây:



Hình 4

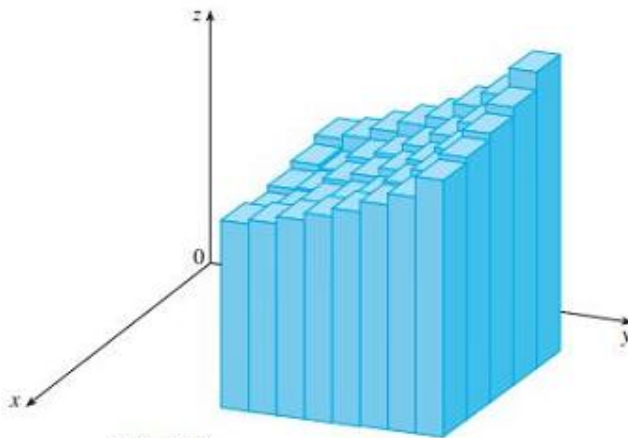
Thể tích của mỗi hình hộp này là:

$$f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta A$$

Cuối cùng, chúng ta lấy tổng tất cả các thể tích của các hình hộp tương ứng, ta sẽ có được giá trị xấp xỉ của thể tích của hình khối S là:

$$\boxed{3} \quad V \approx \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta A$$

Hình vẽ sau đây sẽ mô phỏng tổng thể tích của các hình hộp có đáy là miền hình chữ nhật con nằm trong hình chữ nhật R .



Hình 5

Khi m và n càng lớn thì giá trị xấp xỉ của V càng gần giá trị đúng V hơn. Như thế ta có được:

4

$$V = \lim_{m, n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta A$$

* **Định nghĩa tích phân 2 lớp:**

Tích phân 2 lớp của hàm $f(x, y)$ trên miền hình chữ nhật R được định nghĩa bởi biểu thức:

$$\iint_R f(x, y) dA = \lim_{m, n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta A$$

khi giới hạn về phải tồn tại.