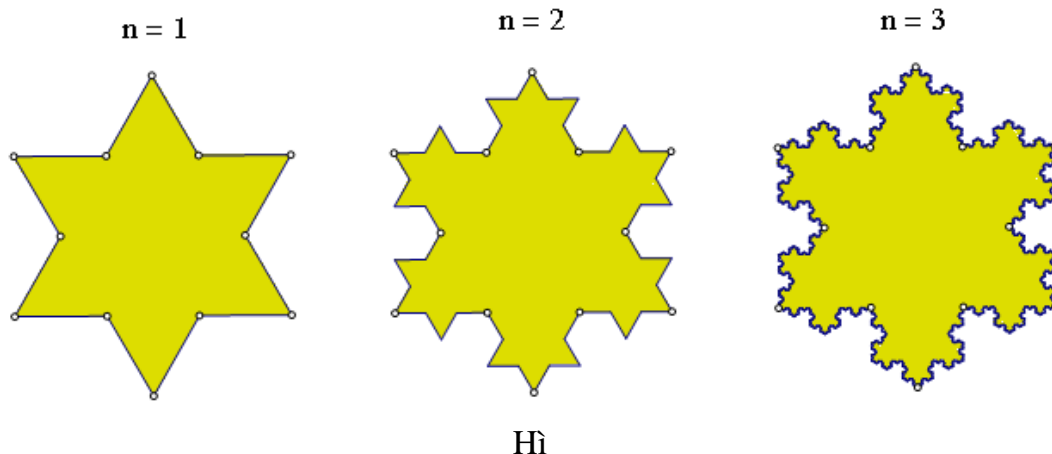


Bài toán: Hòn đảo kỳ diệu

Ta bắt đầu từ một tam giác đều ABC cạnh 1. Chia mỗi cạnh của tam giác ABC làm ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài tam giác ABC rồi xóa đáy của nó, ta được đường gấp khúc khép kín H_1 . Chia mỗi đoạn của H_1 thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài H_1 rồi xóa đáy của nó ta được đường gấp khúc khép kín H_2 . Tiếp tục như vậy, ta được một hòn đảo có hình giống như bông tuyết.

- Gọi P_n là độ dài của H_n . Tính P_n . Tìm $\lim P_n$.
- Gọi S_n là diện tích của miền giới hạn bởi đường gấp khúc H_n . Tính S_n và tìm giới hạn của dãy số (S_n) .



Để thiết kế mô hình này, cấu trúc của phép lặp được thực hiện đúng 12 lần cho các đoạn nhỏ. Bạn hãy thực hành thiết kế bài toán này.

Khi kéo rê n trên màn hình máy tính ta có trực giác là chu vi P_n bao quanh hòn đảo chỉ là hữu hạn khi n tiến ra vô cùng. Nhưng bằng tính toán bạn sẽ thấy rằng chu vi đó tiến ra vô hạn. Khi cho n tiến ra vô cùng ta sẽ được một hòn đảo kỳ diệu vì nó có diện tích hữu hạn nhưng chu vi bao quanh nó lại là vô cực.

Qua các bài toán về giới hạn ở trên, ta đã thấy xuất hiện một vài nghịch lý thể hiện sự khác biệt cơ bản giữa đại số và giải tích. Đại số nghiên cứu các đối tượng *tĩnh tại*, *rời rạc* và *hữu hạn*. Còn đối tượng của giải tích có bản chất *biến thiên*, *liên tục* và *vô hạn*. Sự đối lập này dẫn đến những kiểu tư duy hoàn toàn khác nhau. Giải tích đặc trưng cho kiểu tư duy vô hạn, liên tục mà khái niệm giới hạn là biểu tượng của kiểu tư duy này.