

## BÀI TẬP ÔN TẬP TOÁN C1

1. Bảng 1 biểu diễn lệ phí tiền điện được cho bởi công ty Monroe trong những tháng mùa hè. Chi phí cơ bản là một phí trả cố định hàng tháng, phụ thuộc vào số kWh( kilowat-giờ) sử dụng trong suốt một tháng.

(a) Viết một hàm bộ phận xác định lệ phí hàng tháng  $C(x)$  cho một khách hàng sử dụng  $x$  kWh trong một tháng mùa hè.

b) Vẽ đồ thị  $C(x)$ .

**Bảng 1 Mùa hè (Tháng 7– tháng 10)**

Chi phí cơ bản	9.0\$
500 kwh đầu	0.050\$/kwh
Trên 500kwh	0.090\$/kwh

2. Một nhà máy có thể sản xuất 50 cái vợt tennis trên ngày với tổng chi phí hàng ngày là \$3,855 và 60 cái vợt tennis trên ngày với tổng chi phí là \$4,245.

(a) Giả sử chi phí hàng ngày và khối lượng sản xuất là quan hệ tuyến tính, tìm tổng chi phí sản xuất hàng ngày theo số cái vợt tennis  $x$  được sản xuất.

(b) Vẽ đồ thị hàm tổng chi phí hàng ngày.

(c) Giải thích hệ số góc và giao điểm của hàm chi phí với trục  $y$ .

3. Một công ty thuê thuyền đánh cá mua một cái thuyền mới có giá là \$224,000 và giả sử rằng nó có giá trị là \$115,200 sau 16 năm.

a) Tìm một mô hình tuyến tính biểu diễn giá trị  $V$  của chiếc thuyền sau  $t$  năm.

b) Giá trị của chiếc thuyền là bao nhiêu sau 10 năm?

c) Khi nào giá trị của thuyền dưới \$100,000?

4. Tại giá bán \$6 trên một thùng cam, lượng cung là 300 thùng. Tại giá bán \$7.50 trên thùng, lượng cung là 450 thùng.

a) Tìm phương trình giá–cung có dạng  $p = mx + b$ , trong đó  $p$  là giá tính bằng đôla và  $x$  là lượng cung tương ứng tính bằng thùng .

b) Khi giá là \$8/thùng thì lượng cung là bao nhiêu?

5. Tại giá bán \$2 trên kg, lượng cầu bắp là 800 kg. Tại giá bán 1.9 \$ lượng cầu là 900 kg.

a) Tìm phương trình giá–cầu có dạng  $p = mx + b$ .

b) Khi giá bán là 2.1\$ thì lượng cầu là bao nhiêu?

6. Giả sử \$ 5000 được đầu tư với lãi suất 7% tiền lãi tính hàng quý. Hỏi sẽ có bao nhiêu tiền trong tài khoản sau :

a) 3/4 năm

b) 5 năm

7. Giả sử \$ 4,000 được đầu tư với lãi suất 6% tiền lãi tính hàng tuần. Hỏi có bao nhiêu tiền sẽ có trong tài khoản sau 12 năm.

8. Một người mong muốn có \$20,000 tiền mặt để mua một chiếc xe mới sau 6 năm kể từ bây giờ. Hỏi cần để bao nhiêu tiền trong một tài khoản từ bây giờ, nếu lãi suất 6.5% nếu tiền lãi tính hàng tuần?

9. Hỏi bao nhiêu năm (tính hai chữ số thập phân) thì số tiền \$7,000 tăng thành \$8,500 nếu lãi suất 8% tiền lãi tính nửa năm? Tính kỳ hạn 2 tháng?

10. Nếu 12,000\$ được đầu tư trong tài khoản sẽ sinh ra lãi liên tục với lãi suất là 6%. Tính tốc độ thay đổi của số tiền khi số tiền trong tài khoản là 30,000\$.

11. Hỏi bao nhiêu năm (tính hai chữ số thập phân) thì số tiền \$17,000 tăng thành \$35,000 nếu lãi suất 2.95% iền lãi tính liên tục?

12. Một người đầu tư P đvtt, sau 4 năm số tiền tăng 30% so với số tiền ban đầu. Hỏi lãi suất ngân hàng phải trả là bao nhiêu, biết tiền lãi được tính
- Hàng tuần?
  - Liên tục
13. Lợi nhuận (tính bằng đô la) từ việc bán  $x$  ghế ngồi dành cho trẻ sơ sinh được cho bởi  $P(x) = 45x - 0.025x^2 - 4000$ ,  $0 \leq x \leq 2400$
- Tìm thay đổi trung bình trong lợi nhuận nếu sản xuất được thay đổi từ 800 ghế đến 850 ghế.
  - Tìm tốc độ thay đổi  $P'(x)$ .
  - Tìm lợi nhuận và tốc độ thay đổi tức thời của lợi nhuận tại mức sản xuất 800 ghế, Viết giải thích ngắn gọn bằng lời về những kết quả này.
14. Tổng doanh thu (triệu USD) của một công ty sau  $t$  năm tính từ năm 2010 được cho bởi  $S(t) = 2\sqrt{t+6}$
- Tìm tốc độ thay đổi của doanh thu.
  - Tìm doanh thu và tốc độ thay đổi doanh thu vào năm 2020. Viết giải thích ngắn gọn bằng lời về những kết quả này.
15. Lượng tiêu thụ vonfram (tính bằng tấn) của Hoa Kỳ được đưa ra xấp xỉ  $p(t) = 138t^2 + 1072t + 14,917$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng năm và  $t = 0$  tương ứng với năm 2010.
- Tìm tốc độ thay đổi của lượng tiêu thụ vonfram.
  - Tìm lượng tiêu thụ vào năm 2020 và tốc độ thay đổi tức thời của lượng tiêu thụ trong năm 2020, và viết thư giải thích bằng lời ngắn gọn về những kết quả này.
16. Một công ty sẽ bán  $N$  đơn vị sản phẩm sau khi chi tiêu  $x$  ngàn \$ vào quảng cáo, được cho bởi  $N = 60x - x^2$   $5 \leq x \leq 30$
- Tính gần đúng sự tăng lên trong doanh số bán hàng khi tăng ngân sách quảng cáo từ 10,000 \$ đến 10,500\$ ?
17. Một công ty sản xuất và bán  $x$  TV mỗi tháng. Nếu phương trình chi phí và doanh thu là  $C(x) = 72000 - 60x$
- $$R(x) = 200x - \frac{x^2}{30} \quad 0 \leq x \leq 6000$$
- Tính gần đúng thay đổi trong lợi nhuận nếu lượng sản xuất được tăng từ 1,500 đến 1,520?
18. Một giờ sau khi  $x$  mg loại thuốc đặc biệt được tiêm cho một người, sự thay đổi trong nhiệt độ cơ thể  $T$  (độ F) được cho bởi
- $$T = x^2 \left( 1 - \frac{x}{9} \right)$$
- Tính gần đúng sự thay đổi trong nhiệt độ của cơ thể khi liều lượng thuốc tăng từ 2 đến 2.15 mg
19. Tổng chi phí (bằng đô la) của sản xuất  $x$  guitar điện là  $C(x) = 1000 + 100x - 0.25x^2$
- Tìm chính xác chi phí sản xuất đàn guitar thứ 20.
  - Dùng chi phí cận biên tính gần đúng chi phí sản xuất đàn guitar thứ 20.
20. Theo lý thuyết kinh tế, nhu cầu  $x$  của một sản phẩm bất kì trong thị trường tự do sẽ giảm khi giá bán  $p$  tăng. Giả sử, số lượng  $x$  đĩa DVD được mua tại mức giá \$ $p$  được cho bởi
- $$x = \frac{4000}{0.1p + 1}$$
- Tìm  $dx/dp$ .
  - Tìm nhu cầu và tốc độ thay đổi tức thời của nhu cầu tương ứng với giá bán khi giá bán là \$40. Giải thích ý nghĩa của kết quả trên.
  - Sử dụng kết quả trong câu (b) ước tính nhu cầu của sản phẩm khi giá bán là \$41.
21. Tổng lợi nhuận (bằng đô la) từ việc bán  $x$  tấm lịch là  $P(x) = 22x - 0.2x^2 - 400$   $0 \leq x \leq 100$

- a) Tìm lợi nhuận chính xác từ việc bán tám lịch thứ 30.  
 b) Sử dụng lợi nhuận cận biên tính gần đúng lợi nhuận từ việc bán tám lịch thứ 30.
22. Phương trình giá - nhu cầu và hàm chi phí cho việc sản xuất HDTV được đưa ra tương ứng bởi  
 $x = 9000 - 30p$  và  $C(x) = 150,000 + 30x$   
 trong đó  $x$  là số HDTV có thể được bán tại giá  $p$  \$ mỗi TV và  $C(x)$  là tổng chi phí (bằng đô la) sản xuất  $x$  TV.  
 a) Biểu diễn giá  $p$  bằng một hàm theo nhu cầu  $x$ , và tìm miền xác định của hàm này.  
 b) Tìm hàm lợi nhuận theo  $x$ .  
 c) Tìm lợi nhuận cận biên.  
 d) Tìm  $P'(1500)$  và  $P'(4500)$  và giải thích những đại lượng này.
23. Giá bán  $p$  (đô la) và nhu cầu  $x$  của một sản phẩm liên hệ với nhau bởi  

$$x^2 + 2px + 25p^2 = 74500$$
  
 A) Nếu giá bán giảm với tốc độ 6\$ trên tháng. Khi giá bán là 30\$, tìm tốc độ thay đổi của nhu cầu.  
 B) Nếu nhu cầu đang tăng với tốc độ là 5 đơn vị trên tháng. Khi nhu cầu là 150 đơn vị, tìm tốc độ thay đổi của giá.
24. Một cửa hàng bán lẻ ước tính rằng doanh số bán hàng hằng tuần  $s$  và chi phí quảng cáo hàng tuần  $x$  ( cả hai tính bằng đôla) liên hệ với nhau bởi phương trình  

$$s = 4000 - 20e^{-0.2x}$$
  
 Chi phí quảng cáo hàng tuần hiện tại là 2000\$ , và chi phí quảng cáo đang tăng với tốc độ 200 \$ trên tuần. Tìm tốc độ thay đổi của doanh số hiện tại.
25. Một công ty sản xuất và bán ra  $x$  máy ảnh kỹ thuật số mỗi tuần. Giá bán hằng tuần– nhu cầu, chi phí lần lượt như sau :  

$$p = 400 - 0.4x$$
 và  $C(x) = 2000 + 160x$   
 a) Giá bán của máy ảnh, số lượng máy ảnh được sản xuất hằng tuần là bao nhiêu để công ty thu được doanh thu lớn nhất? Tính doanh thu lớn nhất đó  
 b) Lợi nhuận lớn nhất hằng tuần là bao nhiêu? Giá bán của máy ảnh, số lượng máy ảnh được sản xuất hằng tuần là bao nhiêu để công ty thu được lợi nhuận lớn nhất?
26. Một công ty sản xuất và bán ra đvsp mỗi tháng. Chi phí hằng tháng và phương trình giá bán- nhu cầu lần lượt (tính bằng đôla) là :  

$$C(x) = 350x + 50000 ; \quad p(x) = 500 - 0.025x$$
  
 Nếu chính phủ đánh thuế công ty với mức \$20 cho mỗi sản phẩm được sản xuất, công ty nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi tháng để thu được lợi nhuận lớn nhất? Tính lợi nhuận lớn nhất đó? Giá bán tương ứng là bao nhiêu?
27. Một cửa hàng bán bánh mì tại trường đại học bán được 600 ổ mỗi ngày với giá 12 nghìn đồng/ổ. Một khảo sát cho thấy cứ giá giảm 0.5 nghìn đồng/ổ thì cửa hàng bán thêm được 30 ổ mỗi ngày. Hỏi cửa hàng nên bán bánh mì với giá bao nhiêu để doanh thu lớn nhất?
28. Một nhà đầu tư bất động sản ước tính rằng nếu xây 50 căn hộ trên cùng một diện tích đất, thì lợi nhuận trung bình sẽ là 40 nghìn đôla/căn hộ. Họ ước tính rằng cứ mỗi căn hộ được xây thêm trên cùng diện tích đó, thì lợi nhuận trung bình sẽ giảm 500 đôla/căn hộ. Hỏi nhà đầu tư nên xây dựng bao nhiêu căn hộ để tổng lợi nhuận lớn nhất?
29. Một đại lý cho thuê xe mỗi ngày có 200 xe được thuê với giá 30\$. Nếu giá thuê tăng thêm 1\$ thì đại lý sẽ có ít hơn 5 xe được thuê. Đại lý nên cho thuê xe với giá bao nhiêu để thu được doanh thu lớn nhất? Tính doanh thu lớn nhất tương ứng?
30. Một khách sạn ở Las Vegas cho thuê với giá 50\$ cho một phòng thì có 96 phòng được thuê. Nếu giá thuê giảm 1\$ thì khách sạn sẽ có thêm 3 phòng được thuê. Nếu mỗi phòng được thuê tốn chi phí dịch vụ là 10\$ mỗi ngày. Hỏi khách sạn nên cho thuê phòng với giá bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất? Tính lợi nhuận lớn nhất tương ứng.

31. Một người trồng cây ăn quả ước tính rằng nếu trồng 50 cây trên một mảnh vườn, thì sản lượng trung bình trên mỗi cây sẽ là 300 quả. Ông ước tính rằng cứ trồng thêm một cây trên cùng mảnh đất đó, thì sản lượng trung bình sẽ giảm 5 quả/cây. Hỏi người đó nên trồng bao nhiêu cây để tổng sản lượng lớn nhất?

32. Tốc độ biến thiên doanh số hàng tháng của một game bóng đá mới phát hành được cho bởi

$$S'(x) = 400x^{\frac{1}{3}}$$

Với  $x$  là số tháng tính từ khi trò chơi được phát hành và  $S(x)$  là số lượng bản game được bán sau  $x$  tháng. Biết doanh số sau 1 tháng đạt 300 bản. Tìm  $S(x)$ , khi nào doanh số hàng tháng đạt 24,000 bản?

33. Giá cận biên theo nhu cầu hàng tuần của  $x$  chai dầu gội trong một nhà thuốc được cho bởi

$$p'(x) = \frac{-4000}{(2x+100)^2}$$

Tìm biểu thức giá theo nhu cầu nếu nhu cầu hàng tuần là 150 khi giá của một chai dầu gội là \$8. Nhu cầu hàng tuần là bao nhiêu khi giá bán là \$7?

34. Doanh thu cận biên hàng tuần khi bán  $x$  đôi giày quần vợt được cho bởi

$$R'(x) = 50 - 0.2x + \frac{200}{x+1}$$

với  $R(x)$  là doanh thu tính bằng đôla. Tìm hàm doanh thu biết  $R(1) = 200$ . Tìm doanh thu khi bán 1,000 đôi giày.

35. Tốc độ dự kiến tăng số lượng tuyển sinh tại một trường đại học mới ước tính bằng

$$\frac{dE}{dt} = 5000(2t+1)^{\frac{-3}{2}}$$

với  $E(t)$  là số lượng tuyển sinh dự kiến trong  $t$  năm. Nếu hiện tại số lượng tuyển sinh là 2000 ( $t = 0$ ), tìm số lượng tuyển sinh dự kiến sau 10 năm.

36. Một công ty sản xuất xe đạp leo núi. Bộ phận nghiên cứu chỉ ra hàm chi phí cận biên là:

$$C'(x) = 8x + 6\sqrt{x} \text{ đôla/x}$$

với  $x$  là số lượng xe đạp sản xuất mỗi tháng. Hãy tính mức tăng chi phí khi tăng mức sản xuất từ 64 xe mỗi tháng tới mức 81 xe mỗi tháng.

37. Người ta ước tính rằng sau  $t$  năm tính từ năm 2011, số người mắc bệnh ung thư tại tỉnh A tăng với tốc độ  $[4t + 6\sqrt{t} + 10]$  người/năm. Đến năm 2015, số người mắc bệnh ung thư của tỉnh là 100 người, Hỏi có bao nhiêu người mắc bệnh ung thư tính đến năm 2019?

38. Người ta ước tính rằng sau  $t$  năm tính từ năm 2012, GDP của quốc gia A sẽ tăng với tốc độ  $[6(2t-1)^2 + 5]$  tỷ đôla/năm. Hỏi GDP của quốc gia A sẽ tăng bao nhiêu từ năm 2012 đến 2016?

39. Khi một liều thuốc được tiêm cho một bệnh nhân, lượng thuốc  $Q$  trong cơ thể sau đó giảm với tốc độ tỉ lệ thuận với lượng thuốc hiện còn. Đối với một loại thuốc nào đó, tỷ lệ này là 3% mỗi giờ. Tức là

$$\frac{dQ}{dt} = -0.03Q \quad Q(0) = Q_0$$

với  $t$  là thời gian tính bằng giờ.

(A) Nếu lượng thuốc tiêm ban đầu là 3 ml [ $Q(0) = 3$ ], hãy tìm  $Q = Q(t)$  thỏa mãn tất cả điều kiện.

(B) Lượng thuốc còn lại trong cơ thể sau 10 giờ là bao nhiêu ml (chính xác đến 2 chữ số thập phân)?

(C) Sau bao nhiêu giờ (chính xác đến hai chữ số ) thập phân lượng thuốc còn lại trong cơ thể là 1 ml?

40. Dân số  $Q$  của tỉnh A tăng với tốc độ tỉ lệ thuận với số dân hiện có của tỉnh như sau:

$$\frac{dQ}{dt} = 0.01Q \quad , \quad Q(0) = 50 \text{ nghìn người}$$

với  $t$  là số năm tính từ năm 2010.

(a) Hãy tìm hàm dân số  $Q = Q(t)$  thỏa mãn tất cả điều kiện.

(b) Hỏi dân số của tỉnh A vào năm 2018 là bao nhiêu?

41. Một công ty sản xuất 2 loại bánh A và B. Hàm giá-cầu và chi phí được cho như sau:

$$p = 260 - 8x + 2y \quad ; \quad q = 140 + 2x - 2y$$

$$C(x, y) = 200 + 120x + 40y$$

trong đó  $\$p$  là giá của một hộp bánh A và  $\$q$  là giá của một hộp bánh B,  $x$  là nhu cầu mỗi ngày của bánh A,  $y$  là nhu cầu mỗi ngày của bánh B và  $C(x, y)$  là hàm tổng chi phí. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu hộp mỗi loại bánh để tổng lợi nhuận hàng ngày lớn nhất?

42. Một công ty sản xuất  $x$  đơn vị sản phẩm A và  $y$  đơn vị sản phẩm B (cả hai đều tính theo đơn vị trăm đơn vị mỗi tháng). Hàm lợi nhuận hàng tháng (ngàn USD) được cho bằng

$$P(x, y) = -4x^2 + 4xy - 3y^2 + 4x + 10y + 81$$

Hỏi mỗi tháng công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị mỗi loại để lợi nhuận lớn nhất? Lợi nhuận lớn nhất là bao nhiêu?

43. Một cửa hàng bán hai loại sản phẩm P1 và P2, giá bán sản phẩm P1 là  $x$  đvtt/đvsp và P2 là  $y$  đvtt/đvsp. Tại giá bán này thì cửa hàng sẽ bán được  $80 - 7x + 6y$  đvsp P1 và  $60 - 5y + 4x$  đvsp P2 trong tuần. Biết cửa hàng mua sản phẩm P1 với giá là 30 đvtt/đvsp và P2 với giá 20 đvtt/đvsp từ nhà sản xuất. Hỏi cửa hàng nên bán hai loại sản phẩm trên với giá bao nhiêu để tổng lợi nhuận hàng tuần lớn nhất?

44. Một cửa hàng bán hai nhãn hiệu bọc laptop. Cửa hàng mua 25\$ mỗi chiếc nhãn hiệu A và 30\$ mỗi chiếc nhãn hiệu B. Một công ty tư vấn ước tính phương trình cầu hàng ngày cho hai sản phẩm cạnh tranh này là

$$D_1 = 130 - 4x + y \quad \text{Hàm cầu cho nhãn hiệu A}$$

$$D_2 = 115 + 2x - 3y \quad \text{Hàm cầu cho nhãn hiệu B}$$

Trong đó  $x$  là giá bán nhãn hiệu A và  $y$  là giá bán nhãn hiệu B. Hỏi cửa hàng nên bán các nhãn hiệu trên với giá bao nhiêu để lợi nhuận hàng ngày lớn nhất? Lợi nhuận lớn nhất là bao nhiêu.

45. Hàm sản xuất Cobb- Douglas cho một sản phẩm là  $N(x, y) = 10x^{0.8}y^{0.2}$ , trong đó  $x$  là số đơn vị nhân công và  $y$  là số đơn vị vốn cần thiết để sản xuất ra  $N$  đơn vị sản phẩm. Nếu mỗi đơn vị nhân công tốn 50\$ và mỗi đơn vị vốn tốn 100\$, và 5000\$ được đầu tư để sản xuất sản phẩm này thì nên phân bổ giữa nhân công và nguồn vốn như thế nào để sản xuất nhiều sản phẩm nhất. Tìm mức sản xuất lớn nhất đó?

46. Một khách hàng dùng 560 đô để mua hai loại mặt hàng, biết rằng mặt hàng thứ nhất có giá là 4 đô/ đơn vị và mặt hàng thứ hai có giá là 10 đô/ đơn vị. Giả sử rằng khi người đó mua  $x$  đơn vị

mặt hàng thứ nhất và  $y$  đơn vị mặt hàng thứ hai thì hàm hữu dụng sẽ là  $f(x, y) = 1600x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$ . Vậy khách hàng đó nên mua lần lượt mua bao nhiêu đơn vị mặt hàng thứ nhất và mặt hàng thứ hai để hàm hữu dụng đạt giá trị lớn nhất ?

47. Một nhà sản xuất sử dụng 90 000 đôla đầu tư vào lao động và trang thiết bị. Ông ước tính rằng nếu sử dụng  $x$  nghìn đôla vào lao động và  $y$  nghìn đôla vào trang thiết bị thì đầu ra hàng tuần là

$Q(x, y) = 120x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$  đơn vị. Hỏi nhà sản xuất nên phân chia số tiền như thế nào để đầu ra hàng tuần lớn nhất.