Giả sử S là một mặt tham số được xác định bởi một hàm vectơ của hai tham số

$$r(u,v) = x(u,v)i + y(u,v)j + z(u,v)k$$

Nói cách khác, phương trình tham số của mặt S là:

$$x = x(u,v) \qquad y = y(u,v) \qquad z = z(u,v)$$

Ở đây, (u,v) chạy khắp miền D nằm trong mặt phẳng uv.

Gọi P_0 là điểm nằm trên S với vectơ vị trí là $r(u_0,v_0)$. Nếu chúng ta giữ u cố định hằng số và đặt $u = u_0$ thì khi ấy $r(u_0,v)$ sẽ tạo nên đường cong C_v nằm trên S. Khi đó vectơ tiếp xúc với C_v tại P_0 là:

$$r_v = \frac{\partial x}{\partial v}(u_0,v_0)i + \frac{\partial y}{\partial v}(u_0,v_0)j + \frac{\partial z}{\partial v}(u_0,v_0)k$$

Tương tự, nếu ta cố định v bằng cách đặt $v = v_0$, thì chúng ta sẽ nhận được đường cong C_u nằm trên S và vectơ tiếp xúc tại P_0 là:

$$r_u = \frac{\partial x}{\partial u}(u_0, v_0)i + \frac{\partial y}{\partial u}(u_0, v_0)j + \frac{\partial z}{\partial u}(u_0, v_0)k$$

Nếu vectơ pháp $r_u \times r_v$ khác vectơ không thì S được gọi là một mặt trơn.

**** Định nghĩa:***

Cho một mặt trơn S xác định bởi phương trình tham số:

$$r(u,v) = x(u,v)i + y(u,v)j + z(u,v)k, \quad (u,v) \in D$$

Và S chỉ phủ một lần trên điểm (u,v). Khi ấy diện tích của mặt S được tính theo công thức:

$$A(S) = \iint_D |r_u \times r_v| dA$$

Trong đó: $r_u = \frac{\partial x}{\partial u}i + \frac{\partial y}{\partial u}j + \frac{\partial z}{\partial u}k$ và $r_v = \frac{\partial x}{\partial v}i + \frac{\partial y}{\partial v}j + \frac{\partial z}{\partial v}k$.

Ví dụ: Tìm diện tích của mặt cầu bán kính bằng a.

* Nếu mặt S có phương trình $z = f(x,y)$, với (x,y) nằm trong miền D và f có các đạo hàm riêng liên tục. Khi ấy bằng cách xem x và y là các tham số thì ta có được phương trình tham số của mặt S là:

$$x = x \qquad y = y \qquad z = f(x,y)$$

Khi đó ta có được: $r_x = i + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)k$ và $r_y = j + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)k$.

Suy ra ta có:

$$r_x \times r_y = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & \partial f/\partial x \\ 0 & 1 & \partial f/\partial y \end{vmatrix} = -\frac{\partial f}{\partial x}i - \frac{\partial f}{\partial y}j + k$$

Áp dụng định nghĩa trên ta có được:

$$A(S) = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\, dA$$

Ví dụ: Tìm diện tích của phần mặt Paraboloid $z = x^2 + y^2$ nằm phía dưới mặt phẳng $z = 9$.

* Nếu S là một mặt tròn xoay nhận được bằng cách quay đường cong $y = f(x), a \le x \le b$ quanh trục x, ở đây $f(x) \ge 0$ và $f'(x)$ liên tục, thì diện tích của mặt S được tính theo công thức:

$$A(S) = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + \left[f'(x)\right]^2}\, dx$$