

MỘT SỐ BÀI TẬP ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

Bài tập 1.

Doanh thu (bằng đô la) từ việc bán x ghế ngồi trên xe ô tô cho trẻ sơ sinh được cho bởi

$$R(x) = 60x - 0,025x^2 \quad 0 \leq x \leq 2400$$

- (1) Tìm **thay đổi trung bình** trong doanh thu nếu sản phẩm được thay đổi từ 1000 ghế đến 1050 ghế.
- (2) Tìm doanh thu và **tốc độ thay đổi tức thời** của doanh thu tại mức sản xuất 1000 ghế, Viết giải thích ngắn gọn bằng lời về những kết quả này.

Bài tập 2.

Lợi nhuận (tính bằng đô la) từ việc bán x ghế ngồi dành cho trẻ sơ sinh được cho bởi

$$P(x) = 45x - 0,025x^2 - 5000 \quad 0 \leq x \leq 2400$$

- (1) Tìm **thay đổi trung bình** trong lợi nhuận nếu sản phẩm được thay đổi từ 800 ghế đến 850 ghế.
- (2) Tìm **lợi nhuận** và **tốc độ thay đổi tức thời** của lợi nhuận tại mức sản xuất 800 ghế, Viết giải thích ngắn gọn bằng lời về những kết quả này.

Bài tập 3.

Tổng doanh thu (triệu USD) của một công ty vào thời điểm t tháng tính từ bây giờ được cho bởi

$$S(t) = 2\sqrt{t+10}$$

- (1) Tìm $S'(t)$
- (2) Tìm $S(15)$ và $S'(15)$. Viết giải thích ngắn gọn bằng lời về những kết quả này.
- (3) Dùng các kết quả trong phần (2) hãy ước tính tổng doanh thu sau 16 tháng và sau 17 tháng.

$$\text{HD: } S(t_0 + 1) \approx S(t_0) + S'(t_0)\Delta t$$

Bài tập 4.

Lượng tiêu thụ đồng tinh chế (nghìn tấn) của Hoa Kỳ được cho xấp xỉ bởi

$$p(t) = 48t^2 - 37t + 1698$$

trong đó t là thời gian tính bằng năm và $t = 0$ tương ứng với năm 2010.

- (1) Tìm $p'(t)$
- (2) Tìm lượng tiêu thụ vào năm 2022 và tốc độ thay đổi tức thời của lượng tiêu thụ trong năm 2022, và viết giải thích ngắn gọn về những kết quả này.

Bài tập 5.

Tổng chi phí (bằng đô la) sản xuất x bộ vi xử lý là

$$C(q) = -0,5q^2 + 50q + 2000$$

- (1) Tìm chính xác chi phí sản xuất bộ vi xử lý thứ 21.
- (2) Dùng chi phí cận biên tính gần đúng chi phí sản xuất bộ vi xử lý thứ 21.
- (3) Tìm chi phí trung bình và chi phí trung bình cận biên theo x

Bài tập 6.

Một công ty đang có kế hoạch sản xuất và tiếp thị lò nướng điện hai lát mới. Sau khi tiến hành khảo sát thị trường, phòng nghiên cứu cung cấp các ước tính sau: nhu cầu hàng tuần là 200 lò nướng bánh với giá \$16 mỗi lò nướng và nhu cầu hàng tuần là 300 lò nướng với giá \$14 mỗi lò nướng. Phòng tài chính ước tính rằng chi phí cố định hàng tuần sẽ là \$1,400 và chi phí biến đổi (chi phí cho mỗi đơn vị) sẽ là \$4.

- (1) Giả sử rằng mối quan hệ giữa giá bán p và nhu cầu x là tuyến tính. Sử dụng ước tính của phòng nghiên cứu để biểu diễn p bằng một hàm theo x và tìm miền xác định của hàm này.
- (1) Tìm hàm doanh thu theo x và miền xác định của nó.
- (2) Tìm hàm doanh thu trung bình và hàm doanh thu trung bình cận biên.
- (2) Giả sử rằng hàm chi phí là tuyến tính. Sử dụng ước tính của phòng tài chính để biểu diễn hàm chi phí theo x . Tìm hàm chi phí trung bình và chi phí trung bình cận biên.
- (3) Vẽ đồ thị hàm chi phí và hàm doanh thu trên cùng hệ trục tọa độ với $0 \dots x \dots 1,000$. Tìm các điểm hòa vốn, và chỉ ra các miền bị lỗ và có lợi nhuận.
- (4) Tìm hàm lợi nhuận theo x
- (5) Tính lợi nhuận cận biên tại $x = 250$ và $x = 475$ và giải thích những kết quả này.
- (6) Tìm hàm lợi nhuận trung bình
- (7) Tìm hàm lợi nhuận trung bình cận biên.

Bài tập 7.

Cửa hàng ABC bán chăn lông cừu hai mặt. Nếu cửa hàng bán x chăn tại giá bán $p(\$)$ phương trình giá - nhu cầu của chăn lông cừu hai mặt là $p(x) = 200(0,998)^x$.

Tìm tốc độ thay đổi của giá theo nhu cầu khi nhu cầu là 800 chăn và giải thích kết quả.

Bài tập 8.

Một khoản đầu tư 5,000\$ được hưởng lãi suất với lãi suất kép liên tục hằng năm là 6%.

- (1) Tìm tốc độ thay đổi tức thời của lượng tiền trong tài khoản sau 3 năm.
- (2) Tìm tốc độ thay đổi tức thời của số tiền trong tài khoản tại thời điểm số tiền bằng đúng 8,000\$.

Bài tập 9.

Mô hình cho tổng số phát hành của một tờ báo là

$$C(t) = 83 - 9 \ln t$$

trong đó $C(t)$ là tổng số phát hành (nghìn) trong năm t ($t = 0$ tương ứng năm 2010).

Dùng mô hình này hãy ước tính tổng số phát hành và tốc độ thay đổi của tổng số phát hành vào năm 2030. Làm tròn cả hai kết quả đến đơn vị trăm. Giải thích các kết quả này.

Bài tập 10.

- 1) Nếu 100\$ được đầu tư tại mức lãi kép liên tục là 6%*, tính số tiền trong tài khoản sau 2 năm? Tiền lãi kiếm được sẽ là bao nhiêu?
- 2) Hỏi sau thời gian bao lâu để một khoản đầu tư trị giá \$5,000 sẽ tăng lên \$8,000 nếu nó được đầu tư với mức lãi suất kép liên tục là 5% ?
- 3) Hỏi sau thời gian bao lâu để số tiền tăng lên gấp đôi nếu nó được đầu tư với mức lãi suất kép liên tục là 6.5 % ?