

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ TOÁN C2 – MTH 102

Thời gian: 50 phút

I. Trắc nghiệm

1. Cho hai ma trận $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ và $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Khi đó $(A + B)^T = ?$

- A. $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ D. không xác định được

2. Cho ma trận $A_{4 \times 4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|2A| = 2|A|$ B. $|2A| = 4|A|$ C. $|2A| = 8|A|$ D. $|2A| = 16|A|$

3. Cho $A_{m \times 2} \cdot B_{2 \times p} = C_{4 \times 3}$. Xác định m, p?

- A. $m = p = 4$ B. $m = p = 3$ C. $m = 4; p = 3$ D. $m = 3; p = 4$

4. Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 5 \end{bmatrix}$, $\exists A^{-1}$ khi:

- A. $m < 10$ B. $m > 10$ C. $m = 10$ D. $m \neq 10$

5. Cho hai định thức: $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 2 & 5 \\ a & b & c \end{vmatrix}$; $D_2 = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $D_2 = -3D_1$ B. $D_2 = 3D_1$ C. $D_1 = 3D_2$ D. $D_1 = -3D_2$

6. Hệ một vector $\{\theta_v\}$ của không gian vector V là hệ:

- A. Độc lập tuyến tính B. Phụ thuộc tuyến tính C. Cơ sở D. cả A., B., C. đều sai

II. Tự luận

1. Cho các ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 7 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Tìm $(A^{-1}B)^T - 2I_3$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - z = 2 \\ -2x + y + 2z = 0 \\ 4x + 2y - 3z = 3 \end{cases}$$

3. Hệ sau độc lập hay phụ thuộc tuyến tính trong không gian vector \mathbb{R}^3 ?

$$H = \{u_1 = (1, 2, 3); u_2 = (2, -1, 0); u_3 = (-1, 3, 2); u_4 = (-3, 1, -2)\}$$

Đáp án:

1. Trắc nghiệm: 1.D 2.D 3.C 4.D 5.A 6. B

2. Tự luận:

Câu 1) Ta có: $|A| = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{-4h_3+h_2 \rightarrow h_2 \\ -5h_3+h_1 \rightarrow h_1}} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & \vdots & 1 & 0 & -5 \\ 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-2h_2+h_1 \rightarrow h_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-h_2 \rightarrow h_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Khi đó: $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\text{Ta có: } (A^{-1}B)^T - 2I_3 = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 26 & 28 & 6 \\ -9 & -3 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 1 \\ 26 & 26 & 6 \\ -9 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

Câu 2:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & \vdots & 1 \\ 3 & 0 & -1 & \vdots & 2 \\ -2 & 1 & 2 & \vdots & 0 \\ 4 & 2 & -3 & \vdots & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & \vdots & 1 \\ 0 & 3 & -7 & \vdots & -1 \\ 0 & -1 & 6 & \vdots & 2 \\ 0 & 6 & -11 & \vdots & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{h_2 \leftrightarrow h_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & \vdots & 1 \\ 0 & -1 & 6 & \vdots & 2 \\ 0 & 3 & -7 & \vdots & -1 \\ 0 & 6 & -11 & \vdots & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ta có: } \xrightarrow{\substack{3h_2+h_3 \rightarrow h_3 \\ 6h_2+h_3 \rightarrow h_3}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & \vdots & 1 \\ 0 & -1 & 6 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 11 & \vdots & 5 \\ 0 & 0 & 25 & \vdots & 11 \end{bmatrix} \xrightarrow{-25/11h_3+h_4 \rightarrow h_4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & \vdots & 1 \\ 0 & -1 & 6 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 11 & \vdots & 5 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -4/11 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow r(A) = 3 \neq 4 = r(\bar{A})$$

Suy ra hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 3: Ta có:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -6 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & 7 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{h_2+h_3 \rightarrow h_3 \\ 7/5h_2+h_4 \rightarrow h_4}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -7/5 \end{bmatrix} \xrightarrow{-7/5h_3+h_4 \rightarrow h_4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ta có: $r(A) = 3 < 4$ (số vector của hệ H).

Vậy H là hệ phụ thuộc tuyến tính