

Ôn tập Toán C2 – K18

1. Giải các hệ phương trình sau:
$$+ \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases} ; + \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

2. a. Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Tính giá trị của biểu thức $A^{-1}B^T$.

b. Cho các ma trận sau: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$

- Tính $-5A + 3B - (BC)^T$.
- Tìm ma trận X sao cho: $A - X = 2C$

3. Tìm $\text{rank}(A) = 3$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 18 & m+5 \\ -2 & -4 & -9 & m \end{bmatrix}$$

4. Trong \mathbb{R}^3 , cho 2 họ vectơ:

$$B = \{u_1 = (2; 1; -3); u_2 = (3; 2; -5); u_3 = (1; -1; 1)\}$$

$$B' = \{v_1 = (1; -1; 0); v_2 = (1; 0; -1); v_3 = (2; 0; 0)\}$$

- a) Chứng minh rằng B, B' là các cơ sở của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .
- b) Tìm ma trận chuyển B sang B' ; từ B' sang B (sử dụng ma trận nghịch đảo).
- c) Tìm tọa độ của vectơ $x = (-3; 1; -2)$ trong cơ sở B ; trong cơ sở B' (sử dụng công thức đảo tọa độ).

5. Xét sự hội tụ của các chuỗi sau:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)4^n}{n^2}$ b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{3n+7}$ c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n^3-1}$ d. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{6n+4}\right)^{\frac{n}{2}}$ e. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n \cdot n!}$

6.

a. Tính tổng của chuỗi sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} + 4^n}{5^{n+1}}$

b. Tìm mệnh đề đúng của chuỗi lũy thừa: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} (x-3)^n$

7. a. Hai hệ vector sau có sinh ra \mathbb{R}^3 không? $X = \{(1,0,3); (1,2,3); (0,1,-2)\}$.

b. Trong không gian vector \mathbb{R}^4 , hệ sau có phải là cơ sở:

$$(1,2,1,0); (-1,0,3,4); (0,2,3,1); (2,1,4,-5); (-2,2,0,6)$$

8. Trong không gian các đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2, cho các hệ sau:

$$X = \{f_1 = x^2 + 2x; f_2 = 3x; f_3 = x + 1\}$$

$$Y = \{g_1 = 2x^2 + x + 5; g_2 = x^2 - x; g_3 = 2x + 2\}$$

a. Chứng minh X là cơ sở của không gian vectơ.

b. Cho Y là cơ sở của không gian vectơ các đa thức bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2 (không cần chứng minh). Tìm ma trận chuyển cơ sở từ X sang cơ sở Y.

9. a. Trong không gian vector \mathbb{R}^3 , cho hệ các vector sau:

$$X = \{(1,2,3); (2,-1,0); (3,0,a)\}$$

Tìm a để X là cơ sở của không gian vector đã cho.

b. Trong không gian các đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 1, cho hai cơ sở:

$$X = \{f_1 = x + 1; f_2 = 3\}; Y = \{g_1 = x; g_2 = 1\}$$

Tìm ma trận chuyển cơ sở từ X sang Y.

10. a. Trong không gian vector \mathbb{R}^3 , cho hai cơ sở sau:

$$X = \{(2,5); (1,3)\}; Y = \{(0,4); (-1,2)\}$$

Tìm ma trận chuyển cơ sở từ X sang Y.

b. Trong không gian các đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 1, cho hệ vector:

$$X = \{f_1 = x + 1; f_2 = 2x + a\}$$

Tìm a để X là cơ sở của không gian vector đã cho.

11. Tìm mệnh đề đúng của chuỗi lũy thừa sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1} (x-3)^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^3 + 2n^2 + 5} x^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{4^n} (x-3)^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!} (x+2)^n$$