

BÀI TẬP

1. Tỷ lệ chính phẩm do một nhà máy sản xuất trước đây là 85%. Sau khi cải tiến kỹ thuật, người ta kiểm tra ngẫu nhiên 100 sản phẩm thì thấy có 92 chính phẩm. Với mức ý nghĩa 5% hãy cho biết phương pháp cải tiến kỹ thuật có làm tăng tỷ lệ chính phẩm hay không?

Giải:

Kiểm định giả thiết $H_0 : p \leq 0,85; H_1 : p > 0,85 (p_0 = 0,85)$

$$\text{Tỷ lệ mẫu: } f = \frac{m}{n} = \frac{92}{100} = 0,92$$

$$\text{Giá trị kiểm định: } z = \frac{(f - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} = \frac{(0,92 - 0,85)\sqrt{100}}{\sqrt{0,85(1 - 0,85)}} = 1,96$$

$$\alpha = 5\% \Rightarrow \Phi(z_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha = 0,45 \Rightarrow z_\alpha = z_{0,05} = 1,64$$

Vì $z > z_\alpha$ nên bác bỏ H_0 . Vậy với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng phương pháp cải tiến kỹ thuật đã làm tăng tỷ lệ chính phẩm.

2. Theo sổ tay dùng cho các phòng thí nghiệm luyện kim, sai số bình phương trung bình của phép xác định Crôm bằng phương pháp đo điện thế là $\sigma_0^2 = (0,017\%)^2$ đối với hàm lượng Cr là 3%. Với nghiên cứu hiện tại, người ta dùng 7 mẫu và thu được độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh là $s = 0,022\%$, hơi cao hơn mức chuẩn. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,1$, hãy xác định xem có sự gia tăng sai số ngẫu nhiên hay không?

Giải:

Kiểm định giả thiết $H_0 : \sigma \leq 0,017; H_1 : \sigma > 0,017 (\sigma_0 = 0,017)$

$$\text{Giá trị kiểm định: } \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{6 \cdot 0,022^2}{0,017^2} = 10,048$$

$$\alpha = 0,1 \Rightarrow \chi_{n-1;\alpha}^2 = \chi_{6;0,10}^2 = 10,64$$

Vì $\chi^2 < \chi_{n-1;\alpha}^2$ nên chưa thể bác bỏ H_0 . Vậy với mức ý nghĩa 5% chưa thể nói có sự gia tăng trong sai số ngẫu nhiên.

3. Nếu máy móc hoạt động bình thường thì trọng lượng của sản phẩm là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với $\sigma^2 = 12$. Nghi ngờ hoạt động không bình thường người ta cân thử 13 sản phẩm và tính được $s^2 = 14,6$. Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho biết kết luận.

Giải:

Kiểm định giả thiết $H_0 : \sigma^2 \leq 12; H_1 : \sigma^2 > 12 (\sigma_0^2 = 12)$

$$\text{Giá trị kiểm định: } \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{12 \cdot 14,6}{12} = 14,6$$

$$\alpha = 0,1 \Rightarrow \chi_{n-1;\alpha}^2 = \chi_{6;0,10}^2 = 10,64$$

Vì $\chi^2 < \chi_{n-1;\alpha}^2$ nên chưa thể bác bỏ H_0 . Vậy với mức ý nghĩa 5% chưa thể nói có sự gia tăng trong sai số ngẫu nhiên.

4. Trước đây độ lệch tiêu chuẩn của đường kính một chi tiết máy do một dây chuyền tự động sản xuất là $0,3mm$. Sau khi áp dụng phương pháp cải tiến người ta đo đường kính của 12 chi tiết máy tính được độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh $s = 0,25mm$. Với mức ý nghĩa 5% cho biết phương pháp cải tiến có đem lại hiệu quả làm giảm sai số không?

Giải:

Kiểm định giả thiết $H_0 : \sigma \geq 0,3; H_1 : \sigma < 0,3 (\sigma_0 = 0,3)$

$$\text{Giá trị kiểm định : } \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{11 \cdot 0,25^2}{0,3^2} = 7,69$$

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow \chi_{n-1;\alpha}^2 = \chi_{11;0,05}^2 = 19,675$$

Vì $\chi^2 < \chi_{n-1;\alpha}^2$ nên bác bỏ H_0 . Vậy với mức ý nghĩa 5% có thể nói có thể nói phương pháp cải tiến đem lại hiệu quả.

5. Ở một khách sạn A, người ta thấy rằng thời gian đợi được phục vụ của một khách hàng là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 2,75 phút. Sau một thời gian cải tiến cung cách phục vụ nhằm giảm độ lệch tiêu chuẩn, theo dõi 30 khách hàng cho thấy thời gian đợi có độ lệch chuẩn là 2,32 phút. Hãy cho biết sau một thời gian cải tiến cách phục vụ, độ lệch tiêu chuẩn đã giảm được chưa? Sử dụng mức ý nghĩa 5%

6. Có hai loại thuốc A và B để trị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên 100 người bệnh tiểu đường cho sử dụng thuốc A thì thấy có 60 người thuyên giảm bệnh, chọn ngẫu nhiên 64 người bệnh khác cho sử dụng thuốc B thì thấy có 25 người thuyên giảm bệnh. Với mức ý nghĩa 5%, có thể kết luận thuốc A có tác dụng giống như thuốc B trong việc điều trị bệnh tiểu đường hay không?

Giải:

$$\text{Kiểm định: } \begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 \end{cases}$$

$$\text{Tỉ lệ mẫu: } f_1 = \frac{m_1}{n_1} = \frac{60}{100} = 0,6; f_2 = \frac{m_2}{n_2} = \frac{25}{64} = 0,39 \text{ suy ra } \bar{f} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} = \frac{85}{164} = 0,52$$

$$\Phi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} = 0,475 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$\text{Giá trị kiểm định : } z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0,6 - 0,39}{\sqrt{0,52(1-0,52)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{64}\right)}} = 2,63$$

Vì $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$ nên bác bỏ H_0 . Do đó thuốc A và thuốc B có tác dụng không giống nhau trong việc điều trị bệnh tiểu đường.

7. Một cuộc nghiên cứu được tiến hành nhằm so sánh tỉ lệ học sinh trung học bỏ học ở hai vùng dân cư A và B. Ở vùng A trong số 500 học sinh được theo dõi có 60 học sinh bỏ học. Ở vùng B trong số 400 học sinh được theo dõi thấy có 44 học sinh bỏ học. Với mức ý nghĩa 2%, có thể kết luận tỉ lệ học sinh trung học bỏ học ở hai vùng A và B là như nhau không?

8. Một tạp chí Y khoa vừa công bố một công trình nghiên cứu cho thấy: những đứa trẻ được nuôi bằng sữa mẹ có chỉ số thông minh(IQ) cao hơn những đứa trẻ không được nuôi bằng sữa mẹ. Để kiểm tra tính đúng đắn của báo cáo này người ta chọn ngẫu nhiên 30 đứa trẻ nuôi bằng sữa mẹ và 30 đứa trẻ không được nuôi bằng sữa mẹ và ghi lại chỉ số IQ của chúng. Kết quả như sau:

Nhóm nuôi bằng sữa mẹ: có chỉ số IQ trung bình là 110,4 và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh là 11,41.

Nhóm không nuôi bằng sữa mẹ: có chỉ số IQ trung bình là 102,2 và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh là 10,22.

Dựa trên số liệu này, có thể kết luận công trình nghiên cứu nói trên là đúng không? Sử dụng mức ý nghĩa 5%.

Giải:

Kiểm định giả thiết $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2; H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$\bar{x} = 110,4; s_1 = 11,41; \bar{y} = 102,2; s_2 = 10,22$

Giá trị kiểm định:
$$z = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}} = \frac{110,4 - 102,2}{\sqrt{\frac{11,41^2}{30} + \frac{10,22^2}{30}}} \approx 2,93$$

Giá trị tới hạn: $z_{\alpha} = z_{0,05} = 1,64$

Vì $z > z_{\alpha}$ nên chưa thể bác bỏ H_0 . Vậy với mức ý nghĩa 5% có thể kết luận công trình nghiên cứu nói trên là đúng.

9. Nghiên cứu về độ tuổi trung bình của tội phạm tại hai thành phố A và B, người ta chọn ngẫu nhiên 45 tội phạm của thành phố A thấy độ tuổi trung bình bằng 24 năm và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh bằng 3 năm; chọn ngẫu nhiên 50 tội phạm của thành phố B thấy độ tuổi trung bình bằng 22 năm và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh bằng 2 năm. Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng tuổi trung bình của thành phố A cao hơn thành phố B hay không?