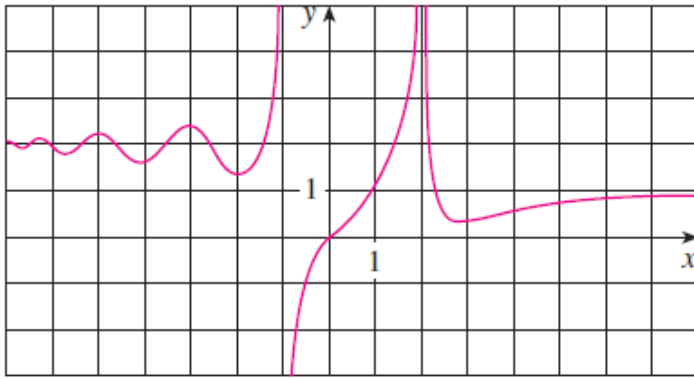
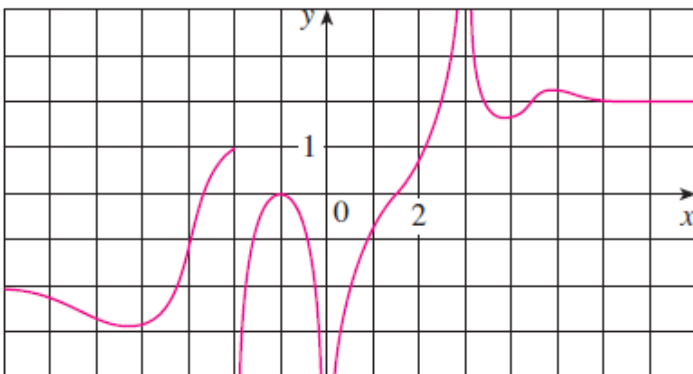


## 1.4 Bài tập về giới hạn hàm số



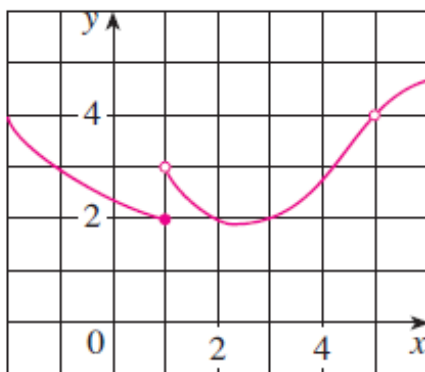
1. Sử dụng đồ thị hàm số trong hình, hãy xác định:

- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .



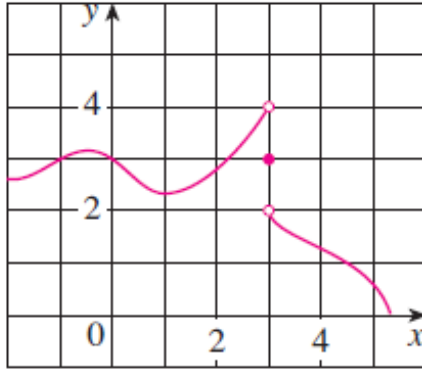
2. Sử dụng đồ thị hàm số trong hình, hãy xác định:

- $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .



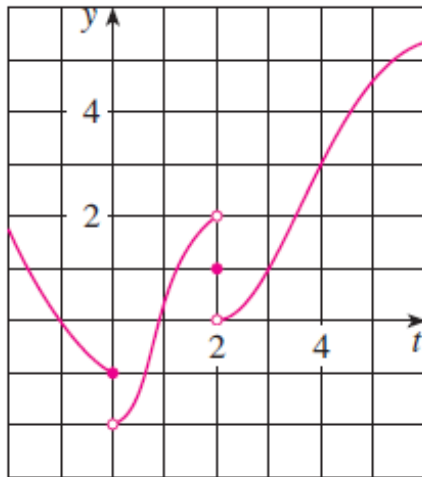
3. Dùng đồ thị ở hình bên để xác định giá trị của mỗi đại lượng sau (nếu tồn tại). Trong trường hợp không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$
- $f(5)$ .



4. Hình bên là đồ thị của hàm  $f$ . Hãy xác định giá trị các đại lượng sau nếu tồn tại, nếu không tồn tại thì hãy giải thích lí do?

- a.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ;      b.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ;  
 c.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ;      c.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ;  
 e.  $f(3)$ .



5. Cho hàm  $g$  và đồ thị của nó. Hãy xác định giá trị các đại lượng sau nếu tồn tại, nếu không tồn tại thì hãy giải thích lí do?

- a.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(t)$ ;      b.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(t)$ ;  
 c.  $\lim_{x \rightarrow 0} g(t)$ ;      a.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(t)$ ;  
 b.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(t)$ ;      c.  $\lim_{x \rightarrow 2} g(t)$ .

6. Phác họa đồ thị hàm số sau và dùng nó để xác định các giá trị của  $a$  để  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  tồn tại.

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x; & x \leq -1 \\ x; & -1 \leq x \leq 1 \\ (x - 1)^2; & x \geq 1 \end{cases}$$

## 1.5 Bài tập về giới hạn hàm số

1. Cho  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -4$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 5$ .

Hãy tìm các giới hạn sau nếu chúng tồn tại. Nếu không tồn tại, hãy giải thích lý do?

- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^2$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)}$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{h(x)}$ .
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{h(x)}$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)}$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{4f(x) + 5h(x)}$ .

2-6. Tính các giới hạn sau và chỉ rõ từng bước sử dụng các quy tắc tính giới hạn.

2.  $\lim_{x \rightarrow 4} (3x^2 - 4x + 1)$ .    3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 6x - 4}$ .    4.  $\lim_{u \rightarrow -2} (u^3 - 1)^2 \cdot (u^2 + 1)^5$ .

5.  $\lim_{t \rightarrow -2} \sqrt{t^4 + 3t - 1}$ .    6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x + 1}{x^2 + 2x - 5}\right)^2$ .

7-20. Tính các giới hạn sau (nếu tồn tại):

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 6}$
- $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$
- $\lim_{t \rightarrow -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^3 + 8}$
- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h}$
- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 - 1}$
- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h + 2^3 - 8)}{h}$
- $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x - 7}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^{-1} - 2^{-1}}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}$
- $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t^2 + t} - \frac{1}{t}\right)$

21. Dùng định lý kẹp chứng minh rằng  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \cos 20\pi x = 0$ .

22. Dùng định lý kẹp chứng minh rằng  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 + x^2} \cdot \sin \frac{\pi}{x} = 0$ .

23. Cho  $2x \leq g(x) \leq x^4 - x^2 + 2$  với mọi  $x$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ .

24. Cho  $4x - 9 \leq f(x) \leq x^2 - 4x + 7$  với mọi  $x \geq 0$ , tìm  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ .

25. Chứng minh rằng  $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cdot \cos \frac{2}{x} = 0$ .

26. Chứng minh rằng  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \cdot e^{\sin(\pi/x)} = 0$ .

27-30. Tìm các giới hạn sau nếu tồn tại. Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

- $\lim_{x \rightarrow 3} (2x + |x - 3|)$ ;
- $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x + 12}{|x + 6|}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|}\right)$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|}\right)$

31. Cho

$$f(x) = \begin{cases} -x; & x \leq -1 \\ 1 - x^2; & -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1; & x \geq 1 \end{cases}$$

Tính các giới hạn sau (nếu tồn tại):

a.  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x);$

b.  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x);$

c.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x);$

d.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x);$

e.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x).$

32-49. Tìm các giới hạn.

32.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+2}{x+3}$

33.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{e^x}{(x-5)^3}$

34.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(x-1)^2}$

35.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{x-4}$

36.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^3+x-4}$

37.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4t^4-3}{(t^2-4)(2t^2+t-1)}$

38.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-3x^2+4}{-4x^3+3x}$

39.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos^3 x}{x^2}$

40.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5-1}{x^7+1}$

41.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \ln(x-3)$

41.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x}$

43.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos x$

44.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2-x} - 3x$  45.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+ax} - \sqrt{x^2+bx}$

46.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-2x} \cos x$  47.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}(x^4 - x^2)$

48.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x^2}$  49.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 2x^2 - 2x + 1)$