

## BÀI TẬP ÔN TẬP TOÁN C

1. Những cải tiến trong công nghệ đã làm cho việc sản xuất máy tính trở nên nhanh và gọn, hiện tại giá bán máy tính trên thị trường giảm. Giả sử sau  $x$  tháng, giá bán của một máy tính sẽ là  $P(x) = 40 + \frac{30}{x+1}$  USD.
  - (a) Sau 5 tháng giá là bao nhiêu ?
  - (b) Trong tháng thứ 5 giá sẽ giảm bao nhiêu ?
2. Một nghiên cứu về môi trường ở một huyện nào đó nhận định rằng, hằng ngày lượng sương khói trung bình trong không khí sẽ là  $Q(p) = \sqrt{0.5p + 19.4}$  đơn vị khi dân số là  $p$  nghìn. Họ dự đoán rằng sau  $t$  năm, dân số sẽ là  $p(t) = 8 + 0.2t^2$  nghìn.
  - (a) Hãy biểu diễn lượng sương khói trong không khí bằng một hàm theo thời gian.
  - (b) Lượng sương khói vào thời điểm 3 năm là bao nhiêu ?
  - (c) Khi nào lượng sương khói đạt 5 đơn vị ?
3. Một bác sĩ sở hữu một cuốn sách về y học trị giá 3000 đôla, và ông ta cho rằng giá trị của nó giảm tuyến tính theo thời gian. Sau 10 năm, giá trị của cuốn sách giảm bằng 0.
  - a) Hãy biểu diễn giá trị của cuốn sách bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
  - b) Tính giá trị của cuốn sách sau 6 năm.
4. Giả sử sau  $t$  giờ tính từ lúc nửa đêm (tại thời điểm 0 giờ) nhiệt độ tại một thành phố nào đó là  $C(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 4t + 10$  độ C.
  - (a) Vào lúc 4 giờ sáng nhiệt độ của thành phố là bao nhiêu ?
  - (b) Nhiệt độ thay đổi bao nhiêu giữa 6 giờ sáng và 9 giờ sáng ?
5. Từ lúc đầu năm, giá của sản phẩm A đang tăng với tốc độ không đổi. Vào đầu tháng sáu, giá sản phẩm A là 80đvt/đvsp và đầu tháng 11, giá của nó là 95 đvt/đvsp.
  - (a) Hãy biểu diễn giá của sản phẩm A bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
  - (b) Giá của sản phẩm A lúc đầu năm là bao nhiêu ?
6. Từ lúc đầu năm, giá của xăng dầu không chỉ đang tăng với tốc độ là 2 cent/gallon/ tháng. Vào đầu tháng sáu, giá đạt 1.20 USD/ gallon.
  - (a) Biểu diễn giá của xăng không chỉ bằng một hàm theo thời gian và vẽ đồ thị.
  - (b) Giá xăng tại lúc đầu năm là bao nhiêu ?
  - (c) Giá xăng vào đầu tháng 10 là bao nhiêu ?
7. Một cửa hàng bán các đĩa game với giá 40\$ mỗi đĩa, và tại giá bán này, những người chơi mua 50 đĩa trên tháng. Người chủ cửa hàng dự định tăng giá và ước tính rằng cứ giá tăng lên 1\$, thì sẽ bán ít hơn 2 đĩa mỗi tháng. Nếu mỗi đĩa chi phí 25\$ thì cửa hàng nên bán với giá nào để lợi nhuận lớn nhất?
8. Một viện bảo tàng quy định cách tính lệ phí cho từng nhóm vào viện như sau: Nhóm không quá 5 người thì tính với lệ phí cố định là 100 nghìn đồng. Nhóm giữa 5 và 20 người thì lệ phí là 15 nghìn đồng/người và nhóm từ 20 trở lên thì lệ phí được tính giảm hơn là 12 nghìn đồng/ người.
  - (a) Hãy lập hàm doanh thu cho viện bảo tàng theo số người trong nhóm.

- (b) Giả sử nhóm có 19 người thì họ sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền nếu nhóm đó có thêm một thành viên nữa.
9. Nhà máy A nhận đơn đặt hàng từ công ty B để sản xuất 8000 đơn vị mặt hàng nào đó. Nhà máy sở hữu 20 máy, mỗi máy có thể sản xuất 50 đơn vị/ giờ. Chi phí lắp đặt là 80\$/ máy và chi phí vận hành là 5\$/ giờ. Nhà máy nên sử dụng bao nhiêu máy để chi phí sản xuất là nhỏ nhất ?
10. Tổng chi phí của một nhà sản xuất là  $C(q) = 0.1q^3 - 0.5q^2 + 500q + 200$  đô la, trong đó  $q$  là số đơn vị sản phẩm được sản xuất.
- (a) Dùng phân tích cận biên hãy ước tính chi phí sản xuất của đơn vị sản phẩm thứ 4.
- (b) Hãy tính chi phí sản xuất thực tế của đơn vị sản phẩm thứ 4.
11. Sau  $x$  tuần tính từ bây giờ, số người dùng hệ thống chuyên chở cộng đồng mới tăng nhanh được xấp xỉ bằng  $N(x) = 6x^3 + 500x + 8.000$ .
- (a) Tính tốc độ thay đổi số người sử dụng hệ thống theo thời gian sau 8 tuần.
- (b) Số người sử dụng hệ thống sẽ thay đổi bao nhiêu trong tuần thứ 8 ?
12. Một dự án nhận định rằng sau  $t$  năm tính từ bây giờ, dân số của một thành phố nào đó sẽ là  $P(t) = 3t + 5t^{3/2} + 6000$  người. Tính sự thay đổi phần trăm dân số trong tháng 1 năm thứ 5?
13. Tại một nhà máy nào đó, đầu ra hàng ngày là  $Q(L) = 6000L^{1/2}$  đơn vị, trong đó  $L$  là lượng lao động tính bằng số giờ làm việc. Hiện tại nhà máy có 900 giờ làm việc của lao động được sử dụng mỗi ngày. Dùng các phép tính để ước tính sự thay đổi trong đầu ra nếu lao động buộc phải cắt giảm chỉ còn 860 giờ làm việc.
14. Tổng sản phẩm nội địa GDP của một quốc gia nào đó là  $N(t) = t^2 + 4t + 300$  tỉ đôla sau  $t$  năm tính từ năm 2006. Dùng các phép tính để dự đoán sự tăng trưởng phần trăm trong GDP trong quý ba của năm 2014.
15. Đầu ra tại một nhà máy nào đó là  $Q(L) = 600L^{2/3}$  đơn vị, trong đó  $L$  là lượng lao động. Nhà sản xuất muốn tăng đầu ra thêm 1.2%. Dùng các phép tính để ước tính phần trăm tăng lên của lao động.
16. Một nhà sách mua sách từ nhà xuất bản với giá 20 đôla/bản và họ ước tính nếu bán các bản đồ với giá  $x$  đô/bản thì mỗi tháng sẽ bán được  $20(30 - x)$  bản. Hỏi nhà sách nên bán sách với giá bao nhiêu để lợi nhuận lớn nhất? Vẽ đồ thị hàm lợi nhuận.
17. Một nhà đầu tư bất động sản ước tính rằng nếu xây 50 biệt thự trong một diện tích thì lợi nhuận trung bình sẽ là 30000 đôla/biệt thự. Nhà đầu tư ước tính cứ mỗi biệt thự được xây thêm trên diện tích đó, lợi nhuận trung bình sẽ giảm 400 đôla/biệt thự. Hỏi nhà đầu tư nên xây dựng bao nhiêu biệt thự để tổng lợi nhuận lớn nhất ?
18. Một người trồng cây ăn quả ước tính nếu trồng 40 cây thì sản lượng trung bình trên một cây là 300 quả. Ông ước tính rằng nếu trồng thêm 1 cây trên cùng diện tích đó thì sản lượng trung bình trên cây sẽ giảm 6 quả. Hỏi người đó nên trồng bao nhiêu cây để tổng sản lượng lớn nhất?
19. Công ty G bán bóng đèn với giá 6\$/ bóng và tại giá bán này, khách hàng sẽ mua 3000 bóng mỗi tháng. Nhân dịp tết công ty quyết định tăng giá bán và họ ước tính rằng cứ mỗi 1 \$ tăng lên trong giá thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 50 bóng. Biết rằng công ty có thể sản xuất bóng đèn với chi phí là 4\$/cái. Công ty nên bán bóng đèn với giá nào để lợi nhuận thu được là lớn nhất ?
20. Dân số của một thành phố nào đó sau  $t$  năm tính từ năm 2005 là  $p(t) = t^2 + 2t + 50$  (trăm người).

- a) Hãy ước tính dân số của quốc gia đó sẽ tăng lên bao nhiêu trong quý I của năm 2015 ?
- b) Hãy ước tính thay đổi phần trăm dân số của quốc gia đó trong quý I của năm 2015 ?
21. Giả sử 1000\$ được đầu tư hàng năm với lãi suất 7%. Tính số dư sau 10 năm nếu tiền lãi được thanh toán :
- (a) Hàng năm (c) Hàng tháng  
(b) Hàng quý (d) Liên tục.
22. Bạn nên đầu tư ngay từ bây giờ là bao nhiêu để sau 10 năm bạn nhận được 20 triệu USD để thành lập công ty, nếu lãi suất hàng năm là 8% và được tính hàng tháng ?
23. Tổng số tiền được đầu tư với lãi suất không đổi và tiền lãi được tính hàng quý. Sau 5 năm số dư gấp đôi số tiền ban đầu. Hỏi lãi suất hàng năm mà ngân hàng phải trả là bao nhiêu?
24. Giả sử bạn có 40 triệu đồng gửi tiết kiệm và sau 3 năm số dư tăng 60% so với số tiền ban đầu. Hỏi lãi suất hàng năm mà ngân hàng phải trả là bao nhiêu nếu tiền lãi được tính:
- (a) Hàng tháng (b) Liên tục
25. Giả sử ông A dự định mua một căn nhà với giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Vậy ông A nên đầu tư bao nhiêu tiền ngay từ bây giờ với lãi suất 9%/năm để đủ tiền mua nhà nếu tiền lãi được thanh toán:
- (a) Hàng quý (b) Liên tục
26. Người ta ước tính rằng sau  $x$  năm tính từ bây giờ dân số tại một tỉnh nào đó tăng với tốc độ  $200\sqrt{2x+1}$  người/năm. Hiện tại dân số của tỉnh là 2000 người. Hỏi dân số của tỉnh đó là bao nhiêu sau 5 năm?
27. Một cây được trồng và sau  $x$  năm nó tăng trưởng với tốc độ  $h'(x) = 0.5 + \frac{1}{(2x+1)^2}$  mét trên năm. Cây sẽ tăng trưởng bao nhiêu trong năm thứ hai ?
28. Người ta dự đoán rằng sau  $t$  ngày tính từ bây giờ vụ thu hoạch của người nông dân sẽ tăng với tốc độ  $0.3t^2 + 0.6\sqrt{2t+1} + 1$  tạ trên ngày. Giá trị của vụ thu hoạch sẽ tăng bao nhiêu trong 5 ngày tới nếu giá trên thị trường vẫn không đổi là 3\$ trên tạ ?
29. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau  $x$  tháng tính từ bây giờ, dân số của một thành phố nào đó sẽ tăng với tốc độ  $10 + 2\sqrt{2x+1}$  người trên tháng. Dân số của thành phố sẽ tăng bao nhiêu trong tháng thứ 4?
30. Người ta dự đoán rằng sau  $t$  ngày tính từ bây giờ vụ thu hoạch của người nông dân sẽ tăng với tốc độ  $0.5t^2 + 4(t+1)^{-1}$  tạ trên ngày. Giá trị của vụ thu hoạch sẽ tăng bao nhiêu trong 6 ngày tới nếu giá trên thị trường vẫn không đổi là 2\$ trên tạ ?
31. Sau  $t$  giờ làm việc, một người công nhân có thể sản xuất được  $100te^{-0.5t}$  đơn vị/giờ. Giả sử người đó đến làm việc từ lúc 8 giờ sáng, thì người đó sẽ sản xuất được bao nhiêu đơn vị sản phẩm giữa 10 giờ sáng và trưa ?
32. Người ta ước tính rằng sau  $t$  tuần tính từ bây giờ, giá của sản phẩm A sẽ tăng với tốc độ  $0.2t^2 + 0.6\sqrt{2t+1} + 1$  nghìn đồng/tuần. Hiện tại giá của sản phẩm A là 80,000 đồng/đơn vị sản phẩm. Hỏi giá của sản phẩm A sẽ là bao nhiêu sau 4 tuần?

33. Qua điều tra các nhà phân tích kinh tế đã nhận định rằng tốc độ tăng trưởng kinh tế (GDP) của một quốc gia nào đó sau  $t$  năm tính từ bây giờ sẽ là:  $30 + \frac{1}{2}\sqrt{5+t}$  tỷ

USD/năm. Hãy dự đoán GDP của quốc gia đó tăng bao nhiêu trong suốt năm thứ tư

34. Qua khảo sát các nhà kinh tế đã nhận định rằng sau  $t$  tháng tính từ bây giờ, tốc độ tăng giá dầu trên thế giới là:  $\frac{1}{2}(t+1)\sqrt{t+2}$  USD/ thùng. Hỏi giá dầu trên thế giới sẽ tăng bao nhiêu trong 7 tháng đầu?

35. **Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân sau.**

a)  $\frac{dy}{dx} = (x+1)e^{-x+2y}$

b)  $\frac{dy}{dx} = (x-1)\sqrt[3]{x+1} \cdot (2y+1)$

36. **Tìm nghiệm riêng của phương trình vi phân thỏa mãn điều kiện đã cho.**

1.  $\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2+1)\sqrt{x^3+3x}}{y^2-1}$  thỏa điều kiện  $y = 2$  khi  $x = 0$ .

2.  $\frac{dy}{dx} = \frac{\ln x}{y}$  ;  $y = 100$  khi  $x = 1$ .

3.  $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{\sqrt{1-x^2}}$  ;  $y = 2$  khi  $x = 0$ .

4.  $\frac{dx}{dt} = e^{-4x}(t^2+2)t$  thỏa điều kiện  $x = 0$  khi  $t = 0$ .

5.  $\frac{dx}{dt} = \frac{2x+1}{(3t-1)^4}$  thỏa điều kiện  $x = 1$  khi  $t = 0$ .

6.  $\frac{dy}{dx} = xe^{y-x^2}$  ;  $y = 0$  khi  $x = 1$ .

7.  $\frac{dx}{dt} = te^{-2x} \ln \sqrt{t}$  thỏa điều kiện  $x = 1$  khi  $t = 1$ .

37. Một cửa hàng chuyên bán hai loại máy ảnh A và B, loại A được bán với giá  $x$  đôla/cái, loại B được bán với giá  $y$  đôla/cái, và tại giá bán này thì sẽ bán được  $120 - 6x + 4y$  cái loại A và  $80 + 4x - 4y$  cái loại B trong một tuần. Biết cửa hàng mua máy loại A với giá 40 đôla/cái và loại B với giá 50 đôla/cái từ nhà sản xuất. Hỏi cửa hàng nên bán hai loại máy ảnh trên với giá bao nhiêu để tổng lợi nhuận hàng tuần lớn nhất?

38. Một xí nghiệp chuyên sản xuất hai loại sản phẩm P1 và P2 với khối lượng tương ứng là  $x$  và  $y$  đơn vị. Biết giá bán sản phẩm P1 là  $p(x) = 160 - x$  nghìn đồng/đơn vị và sản phẩm P2 là  $q(y) = 200 - 2y$  nghìn đồng/đơn vị. Giả sử tổng chi phí sản xuất  $x$  đơn vị sản phẩm P1 và  $y$  đơn vị sản phẩm P2 là  $C(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$  nghìn đồng. Hỏi xí nghiệp nên sản xuất các sản phẩm trên với khối lượng bao nhiêu để tổng lợi nhuận lớn nhất?

39. Một nhà sản xuất độc quyền sản xuất một sản phẩm mới và có kế hoạch bán sản phẩm cho cả các công ty trong và ngoài nước. Nhà sản xuất ước tính rằng nếu cung cấp  $x$  đơn vị sản phẩm (đvsp) trên thị trường nội địa và  $y$  đvsp trên thị trường quốc tế, thì sản phẩm này sẽ được bán với giá  $80 - \frac{x}{4} + \frac{y}{10}$  trăm đôla/đvsp tại thị trường nội địa và  $60 - \frac{y}{5} + \frac{x}{10}$  trăm đôla/đvsp trên thị trường nước ngoài. Biết chi phí sản xuất sản phẩm này là 2000 đôla/đvsp. Hỏi nhà sản xuất nên cung cấp bao nhiêu đvsp tại mỗi thị trường để tổng lợi nhuận lớn nhất?
40. Một khách hàng dùng 560 đvtt để mua hai loại mặt hàng, biết rằng mặt hàng thứ nhất có giá là 4 đvtt/ đơn vị và mặt hàng thứ hai có giá là 10 đvtt/ đơn vị. Giả sử rằng khi người đó mua  $x$  đơn vị mặt hàng thứ nhất và  $y$  đơn vị mặt hàng thứ hai thì hàm hữu dụng sẽ là  $f(x, y) = 1600x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$ . Vậy khách hàng đó nên mua lần lượt mua bao nhiêu đơn vị mặt hàng thứ nhất và mặt hàng thứ hai để hàm hữu dụng đạt giá trị lớn nhất?
41. Một quầy tạp hoá ở một huyện nông thôn nhỏ bán hai sản phẩm S1 và S2, loại thứ nhất được mua với giá 30 cents trên đơn vị và loại thứ hai được mua với giá 40 cents/đơn vị. Người chủ tạp hoá ước tính rằng nếu loại thứ nhất được bán với giá  $x$  cents trên đơn vị và loại thứ hai được bán với giá  $y$  cents trên đơn vị, thì mỗi ngày sẽ bán được xấp xỉ  $70 - 5x + 4y$  loại thứ nhất và  $80 + 6x - 7y$  đơn vị loại thứ hai. Hỏi chủ tạp hoá nên bán hai loại sản phẩm trên với giá bao nhiêu để lợi nhuận hàng ngày lớn nhất từ việc bán mỗi loại sản phẩm?
42. Một khách hàng sử dụng 720 đvtt để mua hai loại thực phẩm I và II, loại I có giá 5 đvtt/đvsp và loại II có giá 8 đvtt/đvsp. Giả sử rằng sự hữu ích từ  $x$  đơn vị loại I và  $y$  đơn vị loại II là  $U(x, y) = 360x^{\frac{4}{9}}y^{\frac{5}{9}}$ . Hỏi khách hàng nên mua bao nhiêu đơn vị mỗi loại thực phẩm để sự hữu ích lớn nhất?
43. Một trường đại học sử dụng 20 000 đôla vào công tác tuyển sinh và đầu tư cơ sở vật chất để tuyển sinh khóa mới. Họ ước tính rằng nếu  $x$  nghìn đôla được sử dụng vào công tác tuyển sinh và  $y$  nghìn đôla được sử dụng để đầu tư cơ sở vật chất thì sẽ tuyển sinh được  $f(x, y) = 200x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$  sinh viên khóa mới. Hỏi lãnh đạo trường nên sử dụng bao nhiêu tiền vào công tác tuyển sinh và bao nhiêu vào đầu tư cơ sở vật chất để tuyển được nhiều sinh viên nhất?