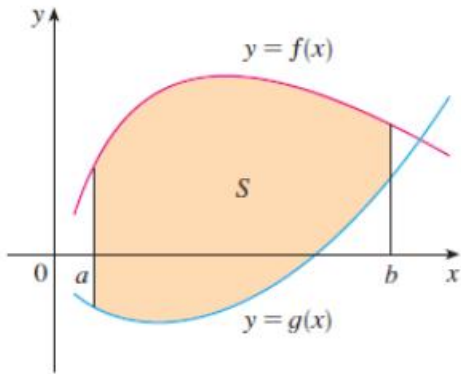


Xét miền  $S$  nằm giữa hai đường cong  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  và giữa hai đường thẳng đứng  $x = a$  và  $x = b$ , trong đó  $f$  và  $t$  là các hàm số liên tục và  $f(x) \geq g(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $[a, b]$ . (Xem Hình 1.)



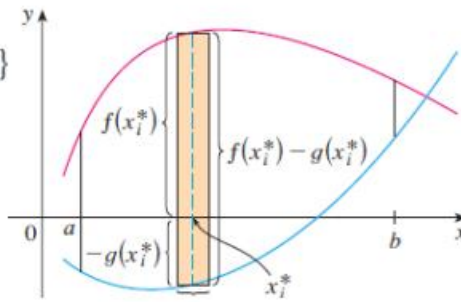
Giống như ta đã tìm diện tích bên dưới đường cong trong Bài 5.1, ta chia  $S$  thành  $n$  mảnh có chiều rộng bằng nhau và rồi ta tính xấp xỉ mảnh thứ  $i$  bằng hình chữ nhật có cạnh đáy  $\Delta x$  và chiều cao  $f(x_i^*) - g(x_i^*)$ . (Xem Hình 2. Nếu thích, ta có thể lấy tất cả điểm mẫu là đều mút phải, khi đó  $x_i^* = x_i$ ). Tổng Riemann

$$\sum_{i=1}^n [f(x_i^*) - g(x_i^*)] \Delta x$$

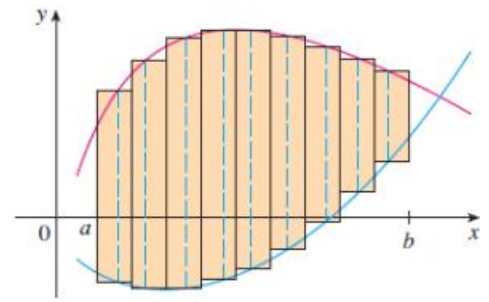
theo trực giác ta thấy chính là giá trị xấp xỉ của diện tích  $S$ .

HÌNH 1

$$S = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$$



HÌNH 2 (a) Hình chữ nhật tiêu biểu



(b) Hình chữ nhật xấp xỉ

Giá trị xấp xỉ này càng lúc càng tốt hơn khi  $n \rightarrow \infty$ . Do đó ta định nghĩa diện tích  $A$  của miền  $S$  là giá trị giới hạn của tổng diện tích các hình chữ nhật xấp xỉ này.

1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_i^*) - g(x_i^*)] \Delta x$$

Ta nhận ra giới hạn của (1) chính là tích phân xác định của  $f - g$ . Do đó ta có công thức sau để tính diện tích.

2 Diện tích  $A$  của miền giới hạn bởi đường cong  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ , và các đường  $x = a$ ,  $x = b$ , trong đó  $f$  và  $t$  liên tục và  $f(x) \geq g(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $[a, b]$ , là

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Ví dụ

Tìm diện tích của miền giới hạn bởi các parabol  $y = x^2$  và  $y = 2x - x^2$ .

**GIẢI** Trước tiên ta tìm giao điểm của hai parabol bằng cách hệ phương trình của chúng. Ta được  $x^2 = 2x - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hay  $1$ . Các giao điểm là  $(0, 0)$  và  $(1, 1)$ .

Từ Hình 6 ta thấy rằng các đường biên trên và dưới là

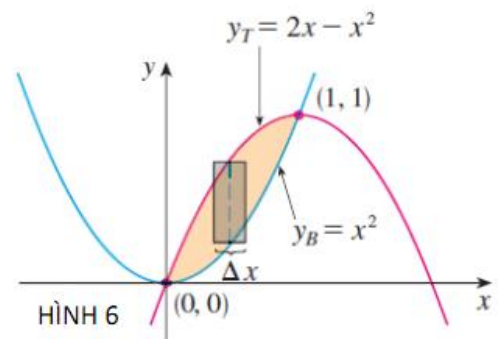
$$y_T = 2x - x^2 \quad \text{và} \quad y_B = x^2$$

Diện tích của hình chữ nhật tiêu biểu là

$$(y_T - y_B) \Delta x = (2x - x^2 - x^2) \Delta x$$

Vậy miền giới hạn nằm giữa  $x = 0$  và  $x = 1$ . Do đó diện tích cần tìm là

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 (2x - 2x^2) dx = 2 \int_0^1 (x - x^2) dx \\ &= 2 \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



HÌNH 6