

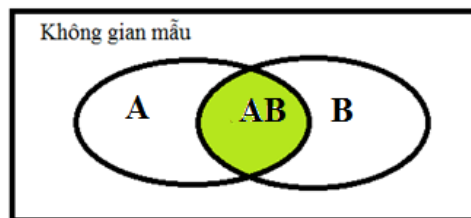
MỘT SỐ CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT

1. Xác suất đồng thời

Trong thực tế, chúng ta thường quan tâm đến trường hợp cả hai biến cố cùng xảy ra một lúc. V

í dụ như hai biến cố A = “trời nhiều mây”, B = “gió to”. Xác suất để cả hai biến cố cùng xảy ra gọi là **xác suất đồng thời** của hai biến cố, ký hiệu là $P(A.B)$.

Nếu hai biến cố không bao giờ xảy ra cùng một lúc thì xác suất đồng thời của hai biến cố đó bằng 0 và hai biến cố đó được gọi là hai biến cố **xung khắc**.



2. Phép toán trên xác suất

Từ biểu đồ Venne trên, ta dễ dàng thu được một số phép toán rất tự nhiên sau:

a. Phần bù

Những biến cố không xảy ra trong tập hợp A tập trung lại thành một biến cố gọi là phần bù của A, ký hiệu là A^c (hoặc \bar{A}).

Rõ ràng A và phần bù A^c không bao giờ đồng thời xảy ra và lúc nào cũng có 1 trong 2 biến cố xuất hiện nên

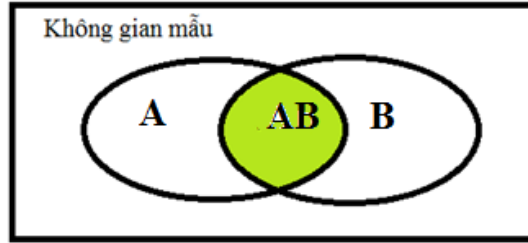
$$P(A) + P(A^c) = 1 \text{ hay } P(A^c) = 1 - P(A)$$

Công thức trên gọi là công thức phần bù.

b. Phép cộng

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Công thức này gọi là **công thức cộng xác suất**.



3. Xác suất có điều kiện

Định nghĩa: Xác suất có điều kiện để biến cố A xảy ra nếu biết biến cố B xảy ra rồi được xác định bởi

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad (1)$$

Ví dụ như để tính xác suất xảy ra mưa trong giai đoạn El Nino ta cần tính xác suất có mưa với điều kiện biến cố El Nino đã xảy ra.

4. Công thức nhân xác suất

Từ công thức xác suất có điều kiện, ta dễ dàng thu được công thức sau bằng cách quy đồng mẫu số

$$P(A.B) = P(A).P(B|A)$$

Nghĩa là xác suất để hai biến cố A và B đồng thời xảy ra bằng tích của

- Xác suất để biến cố A xảy ra.
- Xác suất để B xảy ra nếu biết A đã xảy ra rồi.

5. Hai biến cố độc lập

a. Định nghĩa: Nếu việc biến cố B đã xảy ra không ảnh hưởng đến việc A có xảy ra hay không ($P(A|B) = P(A)$) thì ta nói A và B là **hai biến cố độc lập**.

Từ định nghĩa của xác suất có điều kiện, ta có điều kiện để hai biến cố A và B độc lập với nhau như sau:

b. Tính chất: Hai biến cố A và B độc lập nếu và chỉ nếu xác suất để hai biến cố đồng thời xảy ra bằng tích xác suất xảy ra của từng biến cố

$$P(A.B) = P(A).P(B)$$

6. Công thức Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(A.B)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$$

Gọi là **công thức Bayes**. Đây là một công cụ quan trọng để tính xác suất có điều kiện. Biến cố B mang đến những dữ liệu có sẵn. Những dữ liệu này cho phép tính xác suất để A xảy ra.

ỨNG DỤNG

1. Một hồ chứa nước nhận nước từ hai nguồn là sông X và sông Y. Hàng năm sông X có thể cung cấp một lượng nước là 1, 2 hoặc 3 đơn vị (1 đơn vị = $106m^3$) trong khi lượng nước từ sông B có thể cung cấp là 2, 3 hoặc 4 đơn vị (1 đơn vị = $106m^3$). Biểu diễn trên biểu đồ Venn các biến cố sau theo lượng nước hàng năm sông X và sông Y cung cấp cho hồ chứa:

- a. $A = \{\text{sông X cung cấp ít hơn 3 đơn vị}\}$
- b. $B = \{\text{sông Y cung cấp nhiều hơn 2 đơn vị}\}$
- c. $A + B$
- d. AB

2. Một dự án xây dựng nhà máy xử lý nước thải được tiến hành lần lượt theo hai giai đoạn. Để hoàn thành giai đoạn 1 có thể mất 4 hoặc 5 tháng trong khi giai đoạn 2 cần 5, 6 hoặc 7 tháng để hoàn thành. Xác suất hoàn thành dự án theo mỗi khoảng thời gian là như nhau, ví dụ như xác suất để giai đoạn 1 hoàn thành trong 4 tháng bằng xác suất để nó được hoàn thành trong thời gian 5 tháng. Thời gian hoàn thành hai giai đoạn hoàn toàn độc lập với nhau. Liệt kê thời gian hoàn thành dự án và xác định xác suất liên quan.