

PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN MA TRẬN

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, ta thực hiện các phép biến đổi sơ cấp trên ma trận A.

- Đổi chỗ hàng 1 cho hàng 3, ta được ma trận $A_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 3 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

- Nhân tất cả các phần tử ở hàng 2 của ma trận A với $\lambda = 3$, ta được ma trận

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 9 & 9 & 15 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

- Cộng vào hàng 1 hàng 2 sau khi đã nhân với $\lambda = 3$, ta được ma trận

$$A_3 = \begin{bmatrix} 10 & 11 & 17 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

*. **Định lý** : Mọi ma trận đều có thể đưa về ma trận bậc thang nhờ các phép biến đổi sơ cấp của ma trận.

Ví dụ : Ta ma trận A, B về dạng bậc thang:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & -2 \\ 6 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ta có : } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} h_2 \rightarrow h_2 + (-3)h_1 \\ h_3 \rightarrow h_3 + (-4)h_1 \end{smallmatrix}]{\rightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & -3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{h_3 \rightarrow h_3 - h_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ta có : B} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & -2 \\ 6 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\begin{matrix} h_2 \rightarrow +(-2)h_1 \\ h_3 \rightarrow h_3 + (-3)h_1 \end{matrix}]{\rightarrow} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & -4 & -4 \\ 0 & -10 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{h_3 \rightarrow h_3 + (-2)h_2} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$